

THESE DE DOCTEUR-INGENIEUR

présentée

A L'UNIVERSITE DE PARIS VI
ACADEMIE DE PARIS

par

Monsieur Cambyse BEHNIA

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR

SUJET DE LA THESE : Etude des voûtes en terre armée

soutenue le 18 février 1972 devant la Commission d'Examen

M. GLANGEAUD		<i>Président</i>
M. SIESTRUNCK	}	<i>Examineurs</i>
M. SCHLOSSER		
M. LEGRAND	}	<i>Invités</i>
M. VIDAL		

THESE DE DOCTEUR-INGENIEUR

présentée

A L'UNIVERSITE DE PARIS VI
ACADEMIE DE PARIS

par

Monsieur Cambyse BEHNIA

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR



SUJET DE LA THESE : Etude des voûtes en terre armée

soutenue le 18 février 1972 devant la Commission d'Examen

M. GLANGEAUD		Président
M. SIESTRUNCK	}	Examineurs
M. SCHLOSSER		
M. LEGRAND	}	Invités
M. VIDAL		



A V A N T - P R O P O S

Ce travail a été effectué au Département de Mécanique des Sols, (Groupe de Rhéologie des Sols) du laboratoire Central des Ponts et Chaussées, sous la haute direction de Monsieur le Professeur L. GLANGEAUD, membre de l'Institut.

Que MM. les Professeurs L. GLANGEAUD et R. SIESTRUNCK trouvent ici l'expression de ma respectueuse reconnaissance pour l'intérêt bienveillant qu'ils ont bien voulu accorder à ce travail.

Je tiens à présenter mes respectueux remerciements à Monsieur A. PASQUET, Ingénieur Général des Ponts et Chaussées, Directeur du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, qui m'a fait le grand honneur de m'accueillir dans son Laboratoire.

Je remercie respectueusement Messieurs J. LEGRAND, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, professeur de mécanique des sols à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Directeur de la prévision et du contrôle au Laboratoire Central, et J. BERTHIER, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Directeur des Laboratoires Régionaux pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour cette étude.

Monsieur F. SCHLOSSER, Chef du Département de Mécanique des Sols au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Professeur adjoint à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées a assumé avec dévouement la direction scientifique de ce travail; il m'a guidé pas à pas et n'a pas ménagé sa peine pour m'aider à aboutir. Que ce mémoire lui témoigne ma plus profonde gratitude.

Je remercie particulièrement Monsieur H. VIDAL, inventeur de la terre armée, qui a bien voulu siéger dans le jury devant lequel cette thèse a été soutenue.

Mes remerciements les plus sincères vont à Messieurs NGUYEN THANH LONG, Ingénieur Civil des Ponts et Chaussées pour son assistance technique et ses conseils tout au long de l'étude, Y. GUEGAN et G. LEGEAY pour leur aide et pour leurs conseils.

Monsieur Y. GIRAUD, Ingénieur I.N.S.A., a bien voulu m'aider à faire les calculs sur ordinateur. Qu'il trouve ici l'expression de mes sincères remerciements.

Je remercie également tout le personnel du laboratoire qui a participé à la réalisation matérielle de ce mémoire, en particulier Mesdames RUFFIEUX, HOELTZEL et LACHIZE, et MM. BONIN, GUIGNE et RADONDY. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma reconnaissance.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547102_0011

SOMMAIRE

O — Introduction	7
I — Généralités sur la terre armée	10
11 - Définition	10
12 - Principe, théorie et calcul	10
13 - Voûtes en terre armée	16
II — Etude expérimentale	20
21 - Modèles réduits bidimensionnels	20
211 — Réalisation du modèle et appareillage	20
2111 - La terre, les armatures, la peau	20
2112 - Le bâti, le système de chargement, le montage	21
2113 - Les capteurs à friction, étalonnage	22
22 - Problème des similitudes	26
23 - Analyse dimensionnelle	30
24 - Essais préliminaires	37
241 — Angle de frottement interne des rouleaux	37
242 — Frottement rouleaux-armatures	37
243 — Coefficient K_0 des rouleaux	40

25 - Essais de voûtes en terre armée et interprétation des résultats	44
251 - Etude des ruptures	44
252 - Etude de la longueur critique L_c	47
253 - Influence des paramètres	51
254 - Comportement de la voûte, contraintes, déformations	62
 III - Etude bibliographique	 108
 IV - Etude théorique	 130
 V - Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux	 150
 VI - Conclusions	 158
 VII - Bibliographie	 160
 Annexe	 163

INTRODUCTION

La technique de la terre armée qui associe des armatures résistant à la traction avec un sol frottant trouve des applications de plus en plus nombreuses dans le domaine du génie civil.

La présente étude a pour objet l'élaboration d'une méthode de dimensionnement des voûtes en terre armée par la comparaison des résultats théoriques entièrement nouveaux et d'une importante étude expérimentale.

L'étude expérimentale a été effectuée sur un modèle bidimensionnel qui utilise la méthode des rouleaux de SCHNEEBELI. On a étudié le comportement d'une voûte en terre armée sur ce modèle bidimensionnel en faisant varier les paramètres intervenant dans le calcul de la stabilité. On a pu par ailleurs mettre en évidence, comme dans le cas des murs en terre armée, les principaux types de rupture d'une voûte en terre armée qui sont : la rupture par défaut d'adhérence et la rupture par cassure des armatures.

L'étude de l'influence des différents paramètres sur le comportement de la voûte a conduit aux résultats suivants :

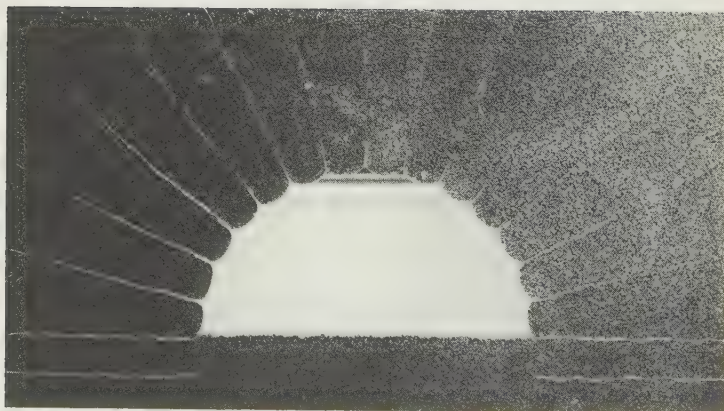
- 1.- Il existe une longueur limite pour les armatures au-delà de laquelle la déformation $\frac{\Delta R}{R}$ reste la même, toutes choses égales par ailleurs. Elle a été appelée longueur critique.
- 2.- La longueur des armatures ne peut être inférieure à une certaine limite, appelée longueur limite d'adhérence.
- 3.- La pression à la rupture p_r est une fonction linéaire de la résistance à la traction R_T des lits d'armatures.

Tous ces résultats, ainsi que ceux concernant la distribution des contraintes autour du tunnel et les déformations de la voûte sont développés dans le chapitre traitant de l'étude expérimentale.

L'étude théorique a été développée en supposant d'une part que le terrain exerce sur la voûte une pression uniforme p_0 et d'autre part en négligeant le poids des éléments de la voûte. Ces hypothèses ont permis d'étudier l'équilibre d'un seul voussoir de la voûte étant donné la symétrie de l'ensemble.

CHAPITRE I

Etude des voûtes en terre armée



I.- GENERALITES SUR LA TERRE ARMEE*

11.- Définition de la terre armée

La terre armée est née de l'association de deux matériaux différents : la terre et l'armature.

Le mot "terre" englobe théoriquement toutes les variétés de terrains rencontrés dans la nature, ou remaniés par des moyens physiques ou chimiques. La terre peut comporter toutes les granulométries, en dehors de celles des sols purement cohérents et des enrochements de blocs trop importants.

Le mot "armature" sert à définir tous les éléments linéaires susceptibles de supporter des contraintes de traction importantes.

Les armatures doivent présenter avec la terre un coefficient de frottement appréciable et avoir une résistance suffisante à la corrosion.

12.- Principe, théorie et calcul de la terre armée

C'est en empêchant les déformations du massif de terre que les armatures donnent à la terre armée sa cohésion.

Un massif de terre armée possède donc dans la direction des armatures une cohésion qui est proportionnelle à la résistance en traction de celles-ci.

Il convient de noter le caractère anisotrope de cette cohésion créée par les armatures. Les armatures donc ne jouent aucun rôle si on effectue une contraction latérale du massif précédent. (figure 1-1)

Pour donner de la cohésion au massif, lors de cette contraction, il faudrait également placer des armatures dans le sens vertical.

* Ce chapitre résume l'article de MM. SCHLOSSER et VIDAL "la terre armée" paru dans le Bulletin de Liaison des Laboratoires routiers N° 41 Novembre 1969

D'après le principe de la terre armée, nous voyons qu'il y a deux problèmes importants à résoudre pour la stabilité interne d'un massif de terre armée :

- 1.- l'adhérence entre la terre et l'armature, (figures 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6)
- 2.- le calcul des contraintes qui se développent dans les armatures et dans le sol.

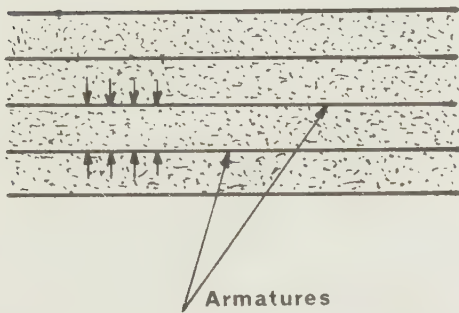


Fig. 1 - 1

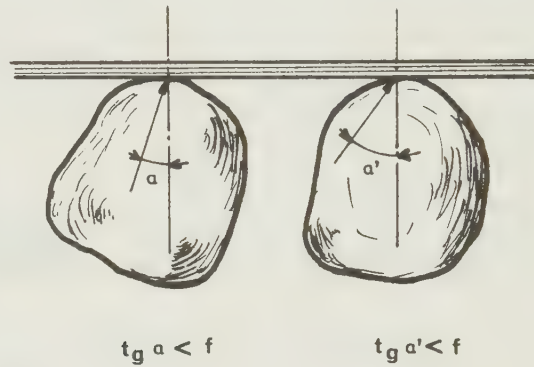


Fig. 1 - 2

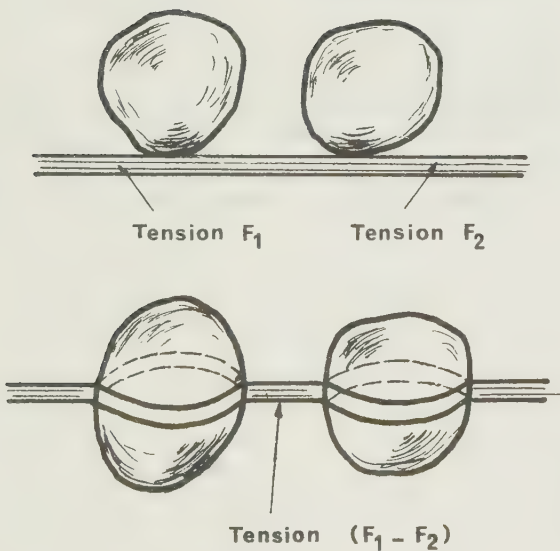
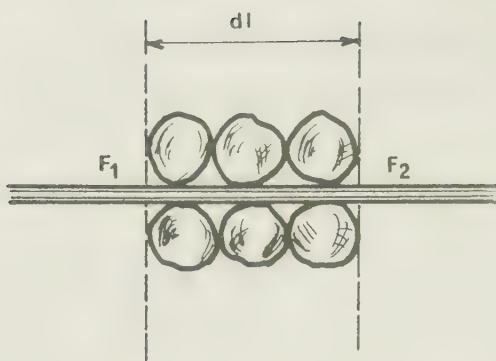
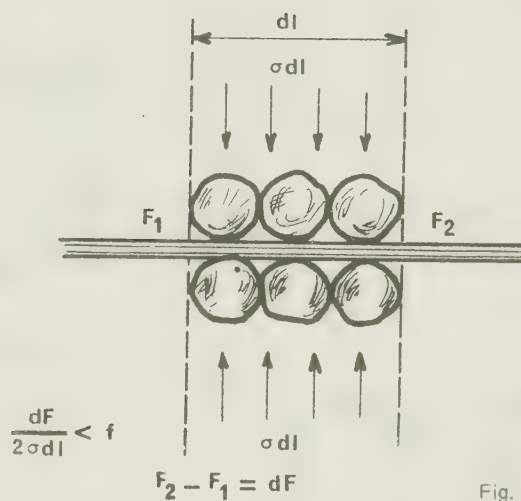


Fig. 1 - 3



$$F_2 - F_1 = dF$$

Fig. 1 - 4



$$F_2 - F_1 = dF$$

Fig. 1 - 5



$$\frac{dF}{dl} < 2 \lambda \sigma f$$

Fig. 1 - 6

Le calcul et la réalisation de la terre armée dépendent de trois facteurs essentiels :

- a.- Il doit y avoir adhérence, ou plutôt frottement sans glissement entre la terre et les armatures,
- b.- Les armatures doivent résister aux efforts de traction et la terre aux efforts de compression et de cisaillement qui se développent dans un volume sous l'effet du poids propre et des forces extérieures.
- c.- Il doit exister un élément spécial sur les parements lorsque les lits d'armature sont mis en place à une certaine distance les uns des autres; cet élément est appelé "la peau". La peau a pour fonction de retenir le sol qui aurait tendance à s'écrouler sur les bords des parements.

L'adhérence terre-armatures

Pour pouvoir jouer un rôle, les armatures doivent être liées à la terre. L'action des armatures sur la terre ne pouvant s'effectuer que par frottement, il est nécessaire de vérifier que ce frottement a bien lieu sans glissement. S'il en est ainsi, tout se passe comme si chaque grain, au contact d'une armature, était réellement enchaîné à son voisin. La force de contact entre un grain et l'armature est une force faisant un angle α avec le plan normal à l'armature. Si le frottement du grain de terre sur l'armature a lieu sans glissement, c'est-à-dire si $\text{tg}\alpha < f$, tout se passe comme si ce grain était étroitement lié à l'armature et par conséquent à tous les autres grains de terre en contact, dans les mêmes conditions, avec cette armature. Il y a transmission d'efforts par frottement entre les grains et l'armature. Par conséquent, cette condition de non glissement devra être toujours respectée.

On voit que le frottement a une importance capitale dans la théorie de la terre armée.

Si la tension d'une armature a pour valeur F_1 à côté et en avant d'un grain et F_2 à côté et après le grain voisin, tout se passe comme si l'armature créait une liaison avec une tension $F_1 - F_2$ entre les deux grains. Mais, pour que cette liaison ait lieu, il faut qu'il existe un frottement terre-armature, frottement qui doit avoir lieu sans glissement. (figure 1-3)

Soit dl la distance entre les deux points de l'armature où la traction a pour valeurs respectives : F_2 et F_1 . Sur la longueur dl d'armatures, la traction de l'armature varie de $dF = F_2 - F_1$. Si d'autre part, la contrainte dans la terre, sur un plan parallèle à l'armature, a pour valeur σ , la force normale à l'armature sur cette longueur dl et sur ses deux faces a pour valeur $2 \sigma dl$. Il faut donc vérifier que le frottement a lieu sans glissement, soit :

$$\frac{dF}{2 \sigma dl} < f \quad \text{coefficient de frottement terre-armature}$$

le coefficient 2 provenant du fait qu'il y a frottement sur les deux faces de l'armature plane; nous supposons ici qu'il y a symétrie totale pour les deux faces de l'armature, ce qui est sans doute une simplification par rapport à la réalité. Par conséquent, si la relation $\frac{dF}{2 \sigma dl} = f$ est vérifiée,

on peut être assuré que le frottement des grains de chaque côté de l'armature se fera sans glissement, et ceci avec le coefficient de sécurité s . La formule ci-dessus suppose que les armatures sont planes et qu'un lit d'armatures constitue un plan complet. Dans le cas où les armatures sont des bandes planes de largeurs limitées, disposées à une certaine distance les unes des autres, il y a lieu d'introduire dans la formule un coefficient λ indiquant la proportion d'armature par unité de longueur. Nous aurons dans ce cas : (figure 1-6)

$$\frac{dF}{dl} < 2 \lambda \sigma f$$

Dans le cas où l'armature est inclinée d'un angle β par rapport à l'horizontale, il y a lieu de tenir compte de l'incidence des contraintes verticale et horizontale subies par le milieu, la condition de frottement sans glissement s'écrit alors :

$$\frac{dF + dl \sin 2 \beta (\sigma_1 - \sigma_3)}{dl [\sigma_1 (1 + \cos 2 \beta) + \sigma_3 (1 - \cos 2 \beta)]} < f$$

Nous allons démontrer cette formule :

Soit une armature, placée dans un massif soumis aux contraintes verticales et horizontales σ_1 et σ_3 (figure 1.7), et faisant un angle β avec l'horizontale

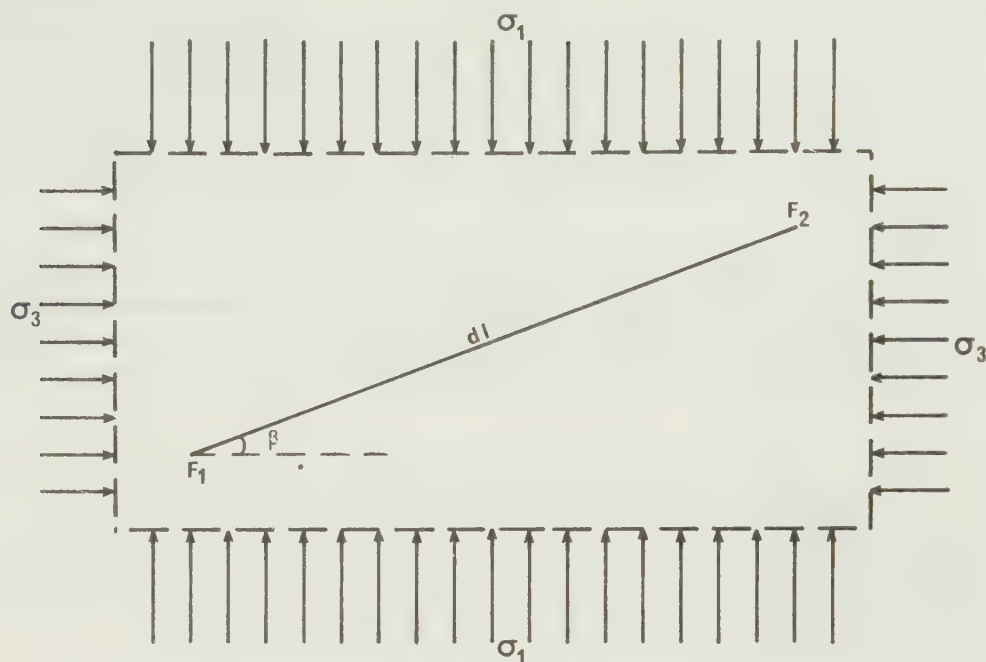


Fig. 1 - 7

$$\text{Posons } F_2 - F_1 = dF$$

La traction dans l'armature varie de :

$$dF' = dF + 2 \sigma_1 dl \cos \beta \sin \beta - 2 \sigma_3 dl \sin \beta \cos \beta$$

La force normale à l'armature est :

$$2 \sigma_1 dl \cos^2 \beta + 2 \sigma_3 dl \sin^2 \beta$$

d'où la condition de frottement : $\frac{dF'}{N} < f$

$$\frac{dF + dl \sin 2 \beta (\sigma_1 - \sigma_3)}{dl [\sigma_1 (1 + \cos 2 \beta) + \sigma_3 (1 - \cos 2 \beta)]} < f$$

123.- Le calcul de la terre et des armatures

La détermination de la stabilité interne d'un ouvrage en terre armée nécessite d'une part, le calcul de la traction en tout point de chaque armature et d'autre part, le calcul des contraintes dans la terre pour vérifier que celle-ci reste toujours en équilibre.

124.- La peau

Nous avons vu que l'adhérence terre-armatures et le calcul des armatures et de la terre sont les conditions essentielles de l'existence de la terre-armée; mais le problème du parement, problème mineur du point de vue théorique, s'avère très important dans la pratique.

En effet, tant que tous les grains sont en contact avec des armatures, il n'y a pas de problème sur les parements extérieurs des corps en terre armée. Le parement peut rester vertical. Mais dès que les armatures sont écartées les unes des autres, le parement n'est plus stable. Il faut donc prévoir une peau qui retient les grains de terre situés entre deux armatures près du parement.

La première qualité que l'on demande à la peau, c'est d'être assez résistante localement pour retenir les grains de terre qui sont compris entre deux armatures voisines, à proximité de la surface. Mais elle doit être aussi assez flexible dans son ensemble pour suivre toutes les déformations du volume en terre armée tout en faisant partie intégrante de celui-ci.

13.- Voûtes en terre armée

Définition

Nous appelons voûte en terre armée, une voûte dont les voussoirs sont composés de la terre pulvérulente prise entre deux lits d'armatures faisant un angle θ entre eux et reliés par une "peau".

Le comportement d'une voûte en terre armée est analogue à celui d'un mur en terre armée. Les armatures mises en place radialement autour de la cavité donnent à la terre la cohésion nécessaire à la stabilité de l'ensemble. La peau pour sa part retient la fraction du sol non soumise à des efforts tangentiels importants (figure 1-8).

C'est le frottement entre la terre et les armatures, qui engendre la cohésion.

Précisons par ailleurs que les études ont été effectuées sur des modèles de voûtes de section circulaire, ce qui nous a permis de connaître le comportement de la voûte inférieure.

Les termes voûte et tunnel sont utilisés indifféremment dans cette étude. Nous avons aussi introduit le terme "corps du tunnel", qui servira à définir la partie armée du massif, autrement dit l'ensemble des voussoirs.

Précisons encore que dans les ouvrages réels, le tunnel en terre armée a une section semi-circulaire et ce, en raison des difficultés de mise en place des armatures inférieures, dans le cas d'une voûte circulaire entière.

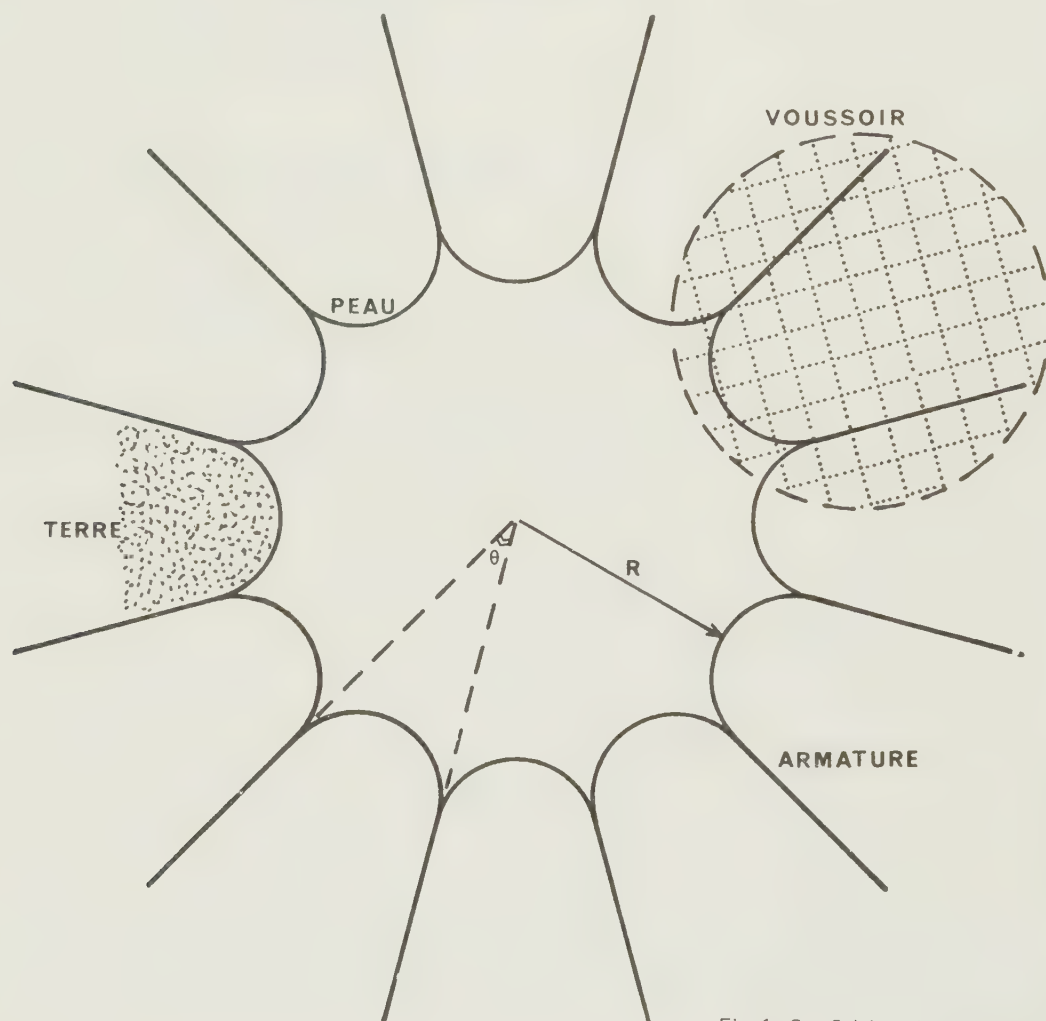


Fig. 1 - 8 — Schéma d'une voûte en terre armée

CHAPITRE II

Etude expérimentale

- 1 - Modèles réduits bidimensionnels
- 2 - Problèmes de similitude
- 3 - Analyse dimensionnelle
- 4 - Essais préliminaires
- 5 - Essais de voûtes et interprétation des résultats.

II - ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

21.- Modèles réduits bidimensionnels

Les essais sur modèles réduits présentent des avantages certains par rapport aux expériences sur des ouvrages en vraie grandeur. Ils permettent, d'une part, d'étudier le comportement des ouvrages à la rupture et, d'autre part, une réalisation plus rapide et moins coûteuse que celle des ouvrages réels.

Le modèle réduit utilisé dans cette étude est un modèle bidimensionnel qui utilise la méthode des rouleaux de Schneebeli. L'avantage de cette méthode est sa simplicité d'exécution et sa rapidité.

211.- Réalisation du modèle et appareillage

2111.- La terre, les armatures, la peau

Dans ce modèle bidimensionnel, la terre est représentée par des cylindres d'acier, de 50 mm de longueur et ayant des diamètres de 1,2 mm et 2 mm dans les proportions numériques respectives de 3/7 et 4/7, empilés parallèlement les uns sur les autres. Cette "terre" a des caractéristiques mécaniques assez différentes de celles d'un sable réel puisque les poids spécifiques des grains et du milieu sont respectivement :

$$\gamma_s = 78 \text{ KN/m}^3$$

$$\gamma = 62 \text{ KN/m}^3$$

Par ailleurs, les mesures effectuées à la boîte de cisaillement sur des empilements des rouleaux ont donné les valeurs suivantes pour l'angle de frottement interne :

rouleaux	$\phi = 2 \text{ mm}$	$\phi = 30^\circ$
	$\phi = 1,2 \text{ mm}$	$\phi = 25^\circ$
	$\phi = 2 \text{ mm et } \phi = 1,2 \text{ mm}$	$\phi = 25^\circ$

$\phi = 25^\circ$ est donc l'angle de frottement interne de l'empilement utilisé.

Les armatures sont constituées de bandes de 30 mm de largeur découpées dans des feuilles d'aluminium de 9 microns d'épaisseur. Chaque lit d'armatures est constitué d'une ou plusieurs bandes superposées (suivant la résistance à la traction désirée) et disposées de la façon indiquée par la figure 2-1.

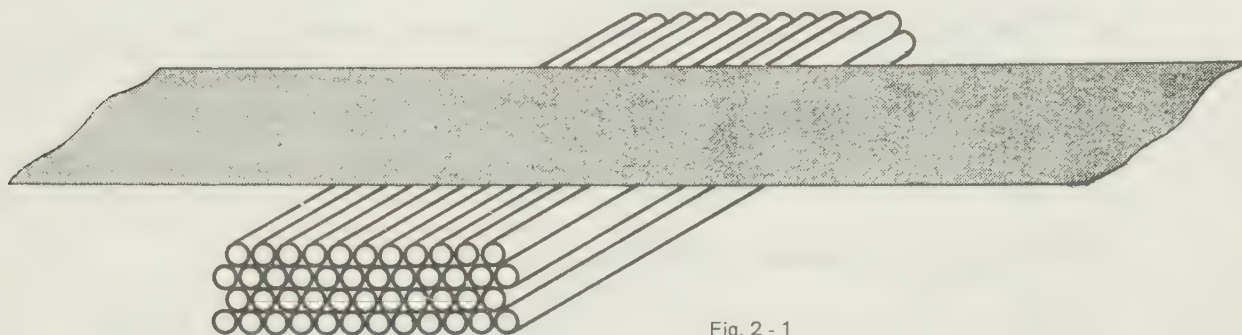


Fig. 2 - 1

Pour pouvoir se rompre lors de la sollicitation de l'ouvrage en modèle réduit, il est nécessaire que les armatures aient une résistance à la traction assez faible. Les armatures précédemment décrites ont une résistance de 1500 g avec une dispersion de l'ordre de 50 g.

La peau est formée par des éléments en afcodur collés l'un à l'autre dont la largeur est de 25-30 ou 40 mm et l'épaisseur de 0,2 mm. Ces éléments sont assez souples et ont une forme semi-elliptique.

2112.- Le bâti, le système de chargement; le montage

Le bâti est constitué d'un cadre en duraluminium de 1 m de haut, constitué par des barres de 5 cm x 5 cm. Il permet la réalisation de modèles de 0,80 m, 1 m et 1,20 m de largeur. Les études de voûtes en terre armée ont été effectuées en largeur de 0,80 m, ce qui représente un empilement de 0,80 x 0,80 m de rouleaux ayant 5 cm de largeur qui correspond à la longueur des dits rouleaux. La figure 2.2 montre le bâti et le début d'un montage.

La mise au point d'un système de chargement s'est avérée nécessaire lorsque les essais devaient être conduits jusqu'à la rupture du tunnel, le seul effet du poids propre des bâtonnets étant insuffisant pour provoquer cette rupture. Ce système devait permettre le chargement uniforme de l'empilement de rouleaux sur toute la largeur du bâti. Pour ce faire, nous avons placé

une vessie en latex de 2 mm d'épaisseur et de dimensions 80 x 5 x 2,5 cm à l'intérieur d'un profilé de duraluminium en U fixé aux montants du bâti à 80 cm de la base. (fig. 2-3). L'étalonnage, effectué en utilisant une pression d'air connue et variable, donne la charge effective par unité de largeur.

Le montage d'un tunnel (voûte) en terre armée comprend les phases suivantes

- a) Fixation d'un gabarit donnant le diamètre désiré sur une plaque en plexiglas,
- b) Fixation de l'ensemble gabarit - plaque sur le bâti,
- c) Mise en place de l'ensemble des éléments de peau autour du gabarit,
- d) Collage des armatures aux éléments de peau,
- e) Mise en place des rouleaux et des capteurs à friction isolés.

N.B. Dans le montage d'une voûte en terre armée, les armatures sont placées suivant des angles différents. Dans le cas où les angles dépassent 20°, il y a lieu de faire tenir celles-ci à l'extérieur du massif. Fig. 2-2.

Les rouleaux sont empilés jusqu'à une hauteur de 80 cm. C'est à ce stade que l'essai proprement dit commence avec le démontage de l'ensemble plaque en plexiglas et gabarit.

Des mesures de déformations et de contraintes sont effectuées avant la mise en place du système de chargement, puis à différents stades du chargement jusqu'à la rupture.

2113.- Les capteurs à friction et leur étalonnage

Etant donné les dimensions du modèle, il n'a pas été possible de mesurer les valeurs de tractions dans les armatures. Par contre, des mesures de contraintes sur la base et les deux montants du bâti, ainsi qu'à l'intérieur de l'empilement, tant dans les voussoirs qu'aux alentours de ceux-ci ont été faites et ce, pour différents types de modèles.

Les capteurs de pression utilisés sont des capteurs à friction. Les capteurs de bord sont constitués de lames d'acier inoxydable de 2,2 cm de largeur et 0,05 mm et ensuite 0,5 mm d'épaisseur. Ce sont ces derniers qui ont donné les meilleurs résultats.

Les capteurs pouvant être placés à l'intérieur du massif sont appelés les capteurs isolés. Ils sont constitués de deux lames de 0,05 mm d'épaisseur et 2,5 cm de largeur en forme de  et montées dos à dos, une troisième lame de 1 cm de largeur se déplace à l'intérieur du montage Fig. 2-4

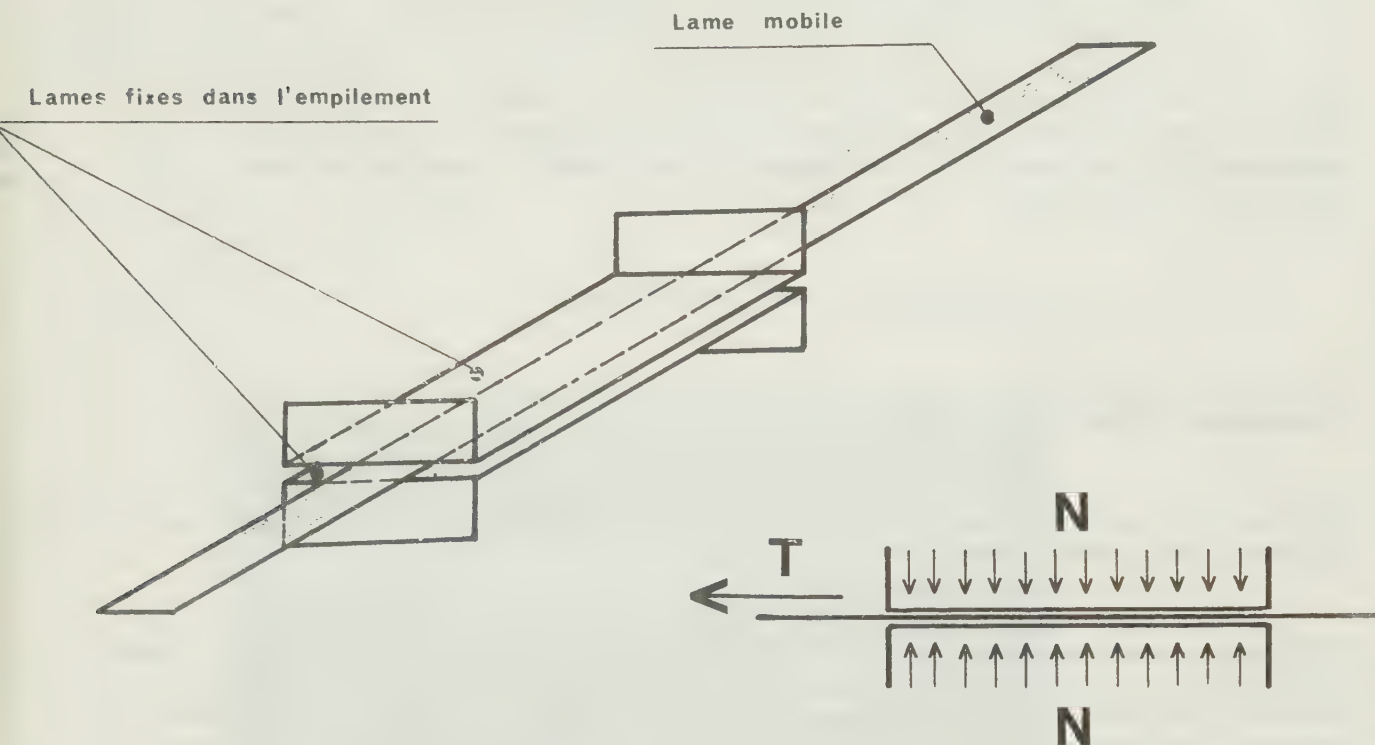


Fig. 2 - 4 — Schéma d'un capteur isolé

-Etalonnage des capteurs à friction.

Le principe des capteurs à friction peut s'écrire comme suit :

Le glissement d'un corps solide sur un autre produit une résistance au mouvement appelée frottement. Ce phénomène obéit aux trois lois fondamentales suivantes :

- a) Il est indépendant de la surface de contact entre les corps solides,
- b) Il est proportionnel à la charge normale située au-dessus de la surface de contact,

c) la friction dynamique est presque indépendante de la vitesse de glissement et ce en particulier pour les faibles vitesses.

Ces lois de frottement sont traduites par la formule bien connue :

$$T = fN \quad \text{où } f \text{ est le coefficient de frottement.}$$

Si T est la force nécessaire pour amorcer le glissement, f est appelé "coefficient de frottement statique". Si au contraire, T est la force nécessaire à entretenir le glissement, f est appelé "coefficient de frottement cinétique".

$$f \text{ statique} > f \text{ cinétique.}$$

Dans la présente étude, nous avons toujours considéré le coefficient de frottement cinétique.

En conclusion, nous pouvons dire que la mesure de T et la connaissance de f à partir d'un étalonnage préalable, nous permettent de déduire N .

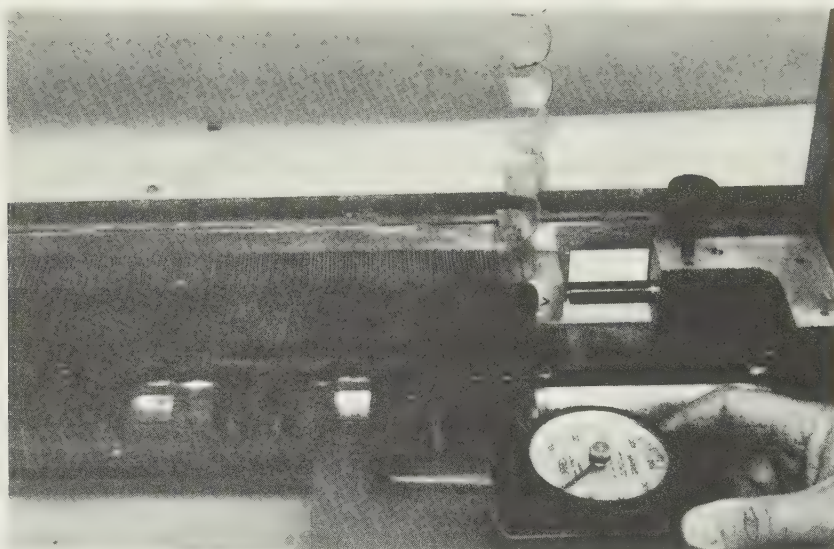
Il nous a donc fallu étalonner les capteurs à friction. La mesure de T s'est effectuée par des dynamomètres Correx, figure 2-5, la charge normale N variant de zéro à 3000 g. Nous avons d'abord étalonné les 96 capteurs de rives d'épaisseur 0,05 mm et ensuite les 60 capteurs isolés et finalement les 60 capteurs de rives d'épaisseur 0,5 mm appelés à remplacer les 96 premiers. Une courbe moyenne d'étalonnage a été tracée par série de capteurs (base, montant gauche, montant droit) et d'autres courbes pour les capteurs isolés en prenant les moyennes par séries de capteurs présentant des points communs entre eux.

Le calcul de la moyenne et l'écart type pour chaque série nous a permis de tracer la courbe d'évolution du rapport $\frac{\sigma}{x}$ (écart type par la moyenne)

en fonction de la charge normale N et de définir ainsi la charge Normale (N) minimum nécessaire à un fonctionnement correct des capteurs.

Nous avons pris comme limite supérieure de $\frac{\sigma}{x}$ la valeur de 0,15 qui

correspond à une charge normale de 300 g environ. En principe, cette limitation n'a pas eu d'incidence sur les mesures de contraintes faites avec les capteurs de bord. En ce qui concerne les mesures faites avec les capteurs isolés à l'intérieur de l'empilement, certaines conduisent à des contraintes normales inférieures à 300 g, ce qui nous amène à tracer des courbes d'étalonnage de zéro à 500 g en tenant compte d'une ordonnée à l'origine, (pour $N = 0$ $T \neq 0$).



22.- Problème des similitudes

La méconnaissance des lois de similitude dans les sols peut être considérée comme l'inconvénient majeur des essais sur modèles réduits. Il paraît difficile, dans ces conditions, d'extrapoler les résultats quantitatifs des essais sur modèles réduits aux ouvrages réels.

La similitude d'un modèle réduit doit satisfaire d'une part aux équations générales de l'équilibre des milieux continus, et d'autre part aux relations contraintes-déformations du matériau.

1.- Conditions de similitude résultant des équations de la dynamique.

Les équations indéfinies de la dynamique s'écrivent :

$$\sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho \left(g_i - \frac{d^2 \xi_i}{dt^2} \right) = 0 \quad (1)$$

où σ_{ij} sont les composantes du tenseur des contraintes, ξ_i celles des déplacements et g_i les composantes de la force de masse.

Posons :

$$\sigma^* = \frac{\sigma_{\text{modèle}}}{\sigma_{\text{prototype}}} ; \rho^* = \frac{\rho_{\text{modèle}}}{\rho_{\text{prototype}}} ; g^* = \frac{g_m}{g_p}$$

En modifiant les échelles, le premier terme de (1) est multiplié par $\sigma^* l^{*-1}$, le second par $\rho^* g^*$ et le troisième par $\rho^* \xi^* t^{*-2}$.

Pour que l'équation reste vérifiée, il faut que les deux conditions :

$$\sigma^* = \rho^* g^* l^* \quad (2)$$

$$\text{et } \xi^* = g^* t^{+2*} \quad (3)$$

le soient. La condition (3) n'intervient cependant que dans les problèmes dynamiques.

En règle générale, on adopte pour les déplacements ξ la même échelle que pour les longueurs. Dans le cas contraire, on introduit l'équation aux dimensions :

$$\varepsilon^* = \xi \cdot l^{*-1} \quad (4)$$

qui donne l'échelle des déformations. Ce cas correspond à "la similitude élargie". [10]*.

2.- Conditions de similitude résultant des relations contraintes-déformations du matériau.

Elles dépendent de la forme et de la nature de la loi de comportement du matériau.

a.- Matériau élastique linéaire :

Les relations entre les contraintes σ_{ij} et les déformations ε_{ij} s'écrivent :

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0 = \lambda \sum_k \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2 \mu \varepsilon_{ij} \quad (5)$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé et δ_{ij} la matrice unitaire. Les conditions de similitude sont alors :

$$\begin{aligned} \lambda^* &= \mu^* = \sigma^* \varepsilon^{*-1} \\ \text{ou} \quad \lambda^* &= \mu^* = \rho^* g^* l^{*2} \xi^{*-1} \end{aligned} \quad (6)$$

En introduisant le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν au lieu des coefficients de Lamé, les conditions (6) s'écrivent :

$$E^* = \sigma^* \varepsilon^{*-1} \quad (7)$$

$$\nu^* = 1 \quad (8)$$

* Les numéros entre crochets renvoient à la bibliographie.

b.- Matériau à comportement plastique (cas des sols)

Les conditions de similitude s'énoncent comme suit :

- 1.- symétrie des courbes intrinsèques par rapport à l'origine dans le rapport $\sigma^* = \rho^* g^* l^*$,
- 2.- les déformations plastiques doivent être telles que :
 $v_p^* = 1$ avec v_p rapport des déformations plastiques latérale et axiale dans un essai triaxial (9)

Si le sol est assimilé à un matériau élastoplastique, il faudrait alors satisfaire aux conditions : (2), (3), (7), (8) et (9).

Dans la pratique, seule l'équation $\sigma^* = \rho^* g^* l^*$ est satisfaite et l'échelle des déplacements ξ est prise égale à celle des longueurs l .

Examinons, dans le cas de l'étude, les échelles des différentes grandeurs :

1.- Echelle des longueurs :

Elle a été prise égale à 1/50 ($l^* = \frac{1}{50}$). Nous pouvons donc

simuler des voûtes en terre armée de 3,75 m, 6,30 m et 7,65 m de diamètre, enterrées sous 20 m. de remblai.

2.- Echelle des forces de pesanteur :

Elle est égale à l'unité, étant donné que les forces de pesanteur sont les mêmes dans le modèle et dans le cas réel.

3.- Echelle des densités :

Elle a pour valeur : $\rho^* = \frac{62}{16} \sim 3,9$

4.- Echelle des contraintes :

Elle résulte des trois autres. En effet $\sigma^* = \rho^* g^* l^*$,
 Nous aurons donc :

$$\sigma^* = \frac{1}{50} \cdot 1 \cdot 3,9 \Rightarrow \sigma^* \sim 0,08$$

5.- Echelle des déplacements :

Elle a été prise égale à l'échelle des longueurs.

Les autres conditions découlant des équations rhéologiques ne sont pas explicitées faute de connaître exactement la loi de comportement de la terre. Cependant, si l'on considère que la terre a un comportement plastique, la symétrie des courbes intrinsèques par rapport à l'origine nous conduit à $\phi^* = 1$, étant donné le caractère purement pulvérulent des sols considérés. Donc, les "terres" de prototype et de maquette doivent avoir le même angle de frottement interne. Par extension, nous pouvons admettre la condition $f^* = 1$ où f est le coefficient de frottement terre-armatures.

23.- Calcul de la stabilité des voûtes en terre armée par l'analyse dimensionnelle

Nous appliquerons dans ce chapitre la théorie de l'analyse dimensionnelle au calcul des voûtes en terre armée.

Etant donné que, d'après le principe d'homogénéité, le déroulement d'un phénomène physique est fonction d'un certain nombre de grandeurs constantes ou variables appelées "variables indépendantes", la découverte d'une loi physique consiste à chercher la relation mathématique existant entre une grandeur E_1 et les variables indépendantes $E_2, E_3, \dots, E_n$.

Si la loi existe, on pourra l'écrire sous la forme :

$$E_1 = f(E_2, E_3, \dots, E_n) \quad (1)$$

$$\text{ou} \quad f(E_1, E_2, \dots, E_n) = 0 \quad (2)$$

Dans le cas particulier d'étude des voûtes en terre armée, il nous a semblé intéressant d'établir une relation reliant les différents paramètres influençant le comportement de la voûte et de comparer les résultats ainsi obtenus à ceux issus de l'étude expérimentale et ceux de l'étude théorique.

L'établissement de la formule est l'objet du présent chapitre et la comparaison des résultats se trouve au chapitre 5.

Etant donné un système d'unités cohérent, nous sommes en mesure d'étudier la loi traduisant un phénomène physique déterminé ou d'établir une théorie du phénomène. Une équation physique générale s'écrit sous la forme d'une somme en nombre fini ou infini de termes, chaque terme étant du même degré par rapport à chacune des grandeurs fondamentales. Il s'agit donc d'une homogénéité individuelle par rapport à chacune des variables fondamentales considérées isolément. Chaque terme peut s'écrire sous la forme d'un produit de deux facteurs dont le premier est un produit de puissance des grandeurs fondamentales - le même pour tous les termes - et le second est une fonction de paramètres sans dimensions.

-Rappelons brièvement le théorème II (VASCHY-BUCKINGHAM)

A.- La forme la plus générale de n'importe quelle équation physique complète :

$$f(E_1, E_2, E_n) = 0 \qquad (2)$$

s'écrit :

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_{n-p}) = 0 \qquad (3)$$

les Π désignent des produits sans dimensions, indépendants, qui peuvent être constitués au moyen des n grandeurs physiques considérées.

B.- Le nombre de ces produits indépendants est égal à $n-p$, p étant le nombre des unités fondamentales intervenant dans la mesure des n grandeurs.

Examinons les grandeurs ou variables qui interviennent dans le calcul de la stabilité d'une voûte en terre armée. Le système d'unités fondamentales utilisé est L,F (longueur, force), le temps n'intervenant pas dans le calcul.

GRANDEUR	SYMBOLE	DIMENSION
Rayon du tunnel	R	L
Longueur des armatures	l	L
Résistance en traction des armatures	R _T	F
Largeur d'un élément de peau	b	L
Pression appliquée	p	FL ⁻²
Rigidité de la peau	R _i	FL ⁻¹
Angle de frottement interne du milieu	φ	1
Coefficient de frottement terre-armatures	f	1
Angle du voussoir	θ = $\frac{b}{R}$	1

Nous pouvons donc écrire :

$f(R, l, R_T, b, Ri, p, \phi, f) = 0$ (4) soit huit variables et la fonction

$F(\Pi)$ ayant deux variables fondamentales, s'écrira :

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5, \Pi_6) = 0 \quad (5)$$

Or f et ϕ sont sans dimensions ; nous pouvons donc écrire :

$\Pi_5 = \phi$ et $\Pi_6 = f$. Nous aurons donc :

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \phi, f) = 0 \quad (6)$$

Soit le système :

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= R^{\alpha_1} \cdot R_T^{\beta_1} \cdot p \\ \Pi_2 &= R^{\alpha_2} \cdot R_T^{\beta_2} \cdot l \\ \Pi_3 &= R^{\alpha_3} \cdot R_T^{\beta_3} \cdot b \\ \Pi_4 &= R^{\alpha_4} \cdot R_T^{\beta_4} \cdot Ri \end{aligned} \quad (7)$$

Les exposants α et β sont pour le moment inconnus. Chaque terme formé de cette manière contient 2 + 1 variables dont l'une ne figure pas chez les autres ; ils sont donc indépendants.

Nous avons donc les relations :

$$\begin{aligned} (\Pi_1) \quad L^0 \cdot F^0 &= L^{\alpha_1} \cdot F^{\beta_1} \cdot FL^{-2} \\ \text{d'où } \alpha_1 &= 2 \quad \beta_1 = -1 \quad \text{et } \Pi_1 = \frac{p \cdot R^2}{R_T} \quad \text{ou } \frac{R_T}{p \cdot R^2} \end{aligned}$$

$$(\Pi_2) \quad L^0 \cdot F^0 = L^{\alpha_2} \cdot F^{\beta_2} \cdot L$$

$$\alpha_2 = -1 \quad \beta_2 = 0 \quad \text{et } \Pi_2 = \frac{1}{R} \quad \text{ou } \frac{R}{1}$$

$$(\Pi_3) \quad L^0 \cdot F^0 = L^{\alpha_3} \cdot F^{\beta_3} \cdot L$$

$$\alpha_3 = -1 \quad \beta_3 = 0 \quad \text{et} \quad \Pi_3 = \frac{b}{R} \quad \text{on retrouve l'angle} \quad \theta$$

$$(\Pi_4) \quad L^0 \cdot F^0 = L^{\alpha_4} \cdot F^{\beta_4} \cdot FL^{-1}$$

$$\alpha_4 = 1 \quad \beta_4 = -1 \quad \text{et} \quad \Pi_4 = \frac{R_i \cdot R}{R_T} \quad \text{ou} \quad \frac{R_T}{R_i \cdot R}$$

d'où la relation :

$$F \left[\frac{R_T}{pR^2}, \frac{R}{l}, \frac{h}{R}, \frac{R_T}{R_i R}, \phi, f \right] = 0 \tag{9}$$

et, en prenant comme variables principales p et R, nous obtenons la relation suivante :

$$F \left[\frac{R_T}{pR^2}, \frac{R}{l}, \frac{h}{R}, \frac{R_i}{pR}, \phi, f \right] = 0 \tag{10}$$

La variable à étudier étant p, cette deuxième formule nous semble plus apte à la recherche de la relation finale. Nous admettons que dans la relation (9) nous pouvons exprimer p sous la forme :

$$p = g(\phi, f) \cdot \frac{R_T}{R^2} \cdot \Phi\left(\frac{R}{l}, \frac{b}{R}, \right) + h(\phi, f) \cdot \frac{R_i}{R} \psi\left(\frac{R}{l}, \frac{b}{R}\right) \tag{11}$$

terme provenant de la rigidité de la peau.

Il s'agit en quelque sorte d'une linéarisation par rapport au paramètre rigidité de la peau qui est toujours de valeur assez faible.

-Les essais sur modèles permettent d'émettre les propositions suivantes :

1./ Le terme sans dimension $\frac{R}{l}$ ou $\frac{1}{R}$ n'intervient pas directement dans le calcul de la stabilité et par conséquent dans la formule. En effet, les essais réalisés nous ont permis de mettre en évidence la notion de "longueur critique" de l'armature fonction directe du rayon de la voûte; ainsi pour $l < l_c$, il ne peut y avoir équilibre avec la géométrie initiale de la voûte et l'ouvrage admet de grandes déformations, tandis que pour $l > l_c$, la stabilité de l'ensemble ne dépend plus de la longueur des armatures. Nous pensons donc qu'il existe une condition nécessaire et non suffisante à la stabilité de la voûte. Cette condition peut s'écrire :

$$l \geq aR \quad (12) \quad \text{avec } \underline{a} \text{ fonction de } f, \phi \text{ et } \frac{b}{R}$$

2./ Comme nous l'avons vu précédemment, la rigidité des éléments de peau influence d'une certaine manière les résultats; néanmoins, nous pouvons concevoir une peau à rigidité très faible, voir nulle. Il est donc plus juste d'introduire cette rigidité sous une forme additionnelle dans la formule. Cette formule, dérivée de (11), et compte-tenu de la condition (12), s'écrit :

$$p = g(\phi, f) \left[\frac{R_T}{R^2} \Phi\left(\frac{b}{R}\right) \right] + h(\phi, f) \left[\frac{R_i}{R} \cdot \Psi\left(\frac{b}{R}\right) \right] \quad (13)$$

Or, la rigidité de la peau est indépendante de ϕ et f donc :

$$h(\phi, f) = 1$$

et la relation (13) s'écrit :

$$p = g(\phi, f) \cdot \Phi\left(\frac{b}{R}\right) \frac{R_T}{R^2} + \Psi\left(\frac{b}{R}\right) \frac{R_i}{R} \quad (14)$$

qui est la relation générale de la stabilité d'une voûte en terre armée, avec la condition fondamentale d'adhérence :

$$l \geq k(\phi, f) \cdot H\left(\frac{b}{R}\right) \cdot R \quad (12)$$

Il nous faut donc déterminer les fonctions :

$g(\phi, f)$ et $k(\phi, f)$ ainsi que $\Phi\left(\frac{b}{R}\right)$, $\Psi\left(\frac{b}{R}\right)$ et $H\left(\frac{b}{R}\right)$.

En ce qui concerne les fonctions $g(\phi, f)$ et $k(\phi, f)$, le cadre de l'étude actuelle ne nous permet pas leur détermination. En effet, pour ce faire, il aurait fallu avoir la possibilité de modifier les caractéristiques mécaniques et physiques du milieu, ainsi que celles des armatures, ce qui n'est pas le cas.

Quant aux fonctions $\Phi\left(\frac{b}{R}\right)$, $\Psi\left(\frac{b}{R}\right)$ et $H\left(\frac{b}{R}\right)$, leur détermination

semble possible dans le cadre des essais effectués. En effet, la fonction $\Phi\left(\frac{b}{R}\right)$ peut être explicitée à partir des résultats

d'essais donnant les différentes charges nécessaires à la rupture des voûtes ayant différents diamètres et différents angles θ .

Nous avons ainsi obtenu : $\Phi\left(\frac{b}{R}\right) = \frac{R}{b} = \frac{1}{\theta}$ (15)

La fonction $H\left(\frac{b}{R}\right)$ peut être déduite à partir des graphiques

donnant l'évolution de la longueur d'armature en fonction du rayon

$$H\left(\frac{b}{R}\right) = \frac{b}{R} = \theta \quad (16)$$

Pour ce qui est de la fonction $\Psi\left(\frac{b}{R}\right)$ du terme provenant de la

rigidité, sa détermination est possible suivant la même méthode que celle de $\Phi\left(\frac{b}{R}\right)$.

Cependant, après avoir effectué des essais sur différents modèles, nous avons été conduits à négliger le terme de la rigidité, étant donné son influence minime sur les résultats finaux, et ce en particulier pour des voûtes dont le rayon est grand et l'angle du voussoir inférieur à 45° .

En définitive, nous retiendrons du calcul de la stabilité par l'analyse dimensionnelle, les deux formules :

- condition d'adhérence :

$$1 > k(\phi, f) \cdot R \cdot \theta$$

- équation générale :

$$p = g(\phi, f) \cdot \frac{R_T}{R^2} \cdot \frac{1}{\theta}$$

ou en remplaçant θ par $\frac{b}{R}$

$$1 \geq k(\phi, f) \cdot b$$

$$\text{et } p = g(\phi, f) \cdot \frac{R_T}{b \cdot R}$$

24.- Essais préliminaires

241.- Angle de frottement interne des rouleaux

Cette question est traitée au paragraphe 211. Rappelons seulement que les essais de cisaillement ont donné pour l'angle de frottement interne du milieu :

$$\phi = 25^{\circ}$$

$$\text{d'où } K_a = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) = 0,406 \quad \text{coefficient de poussée}$$

$$K_p = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) = 2,46 \quad \text{coefficient de butée}$$

242.- Frottement rouleaux-armatures

Nous avons vu que le calcul et la réalisation de la terre armée dépendaient de trois facteurs essentiels dont le premier est l'adhérence entre la terre et les armatures. Il doit y avoir frottement sans glissement entre les deux matériaux. Nous devons alors avoir, dans le cas général :

$$\frac{dF + dl \sin 2\beta (\sigma_1 - \sigma_3)}{dl [\sigma_1 (1 + \cos 2\beta) + \sigma_3 (1 - \cos 2\beta)]} < f$$

avec :

f coefficient de frottement terre-armatures

F tension dans l'armature

β angle que fait l'armature avec l'horizontale

σ_1 contrainte principale maximum (verticale)

σ_3 contrainte principale minimum (horizontale)

et $\sigma_3 = K \sigma_1$ avec K variant de K_a à K_p .

Il nous a donc fallu déterminer le coefficient de frottement f dans le cas du modèle réduit bidimensionnel. Pour ce faire, nous avons réalisé le montage décrit ci-dessous. Le principe des mesures est le même que celui des capteurs à friction. Le coefficient de frottement ainsi mesuré a pour valeur $f = 0,58$. C'est cette valeur qui sera prise en compte dans tous les calculs effectués sur le modèle réduit bidimensionnel de la voûte en terre armée.

-Montage des essais de frottement rouleaux-armatures

Sur une plaque plane rectangulaire d'environ 30 cm de longueur, nous avons fixé deux tiges perpendiculaires à celle-ci et distantes de 35 mm l'une de l'autre. Un empilement de rouleaux étant réalisé sur la plaque, celui-ci s'appuyait aux deux tiges. Fig. 2-6.

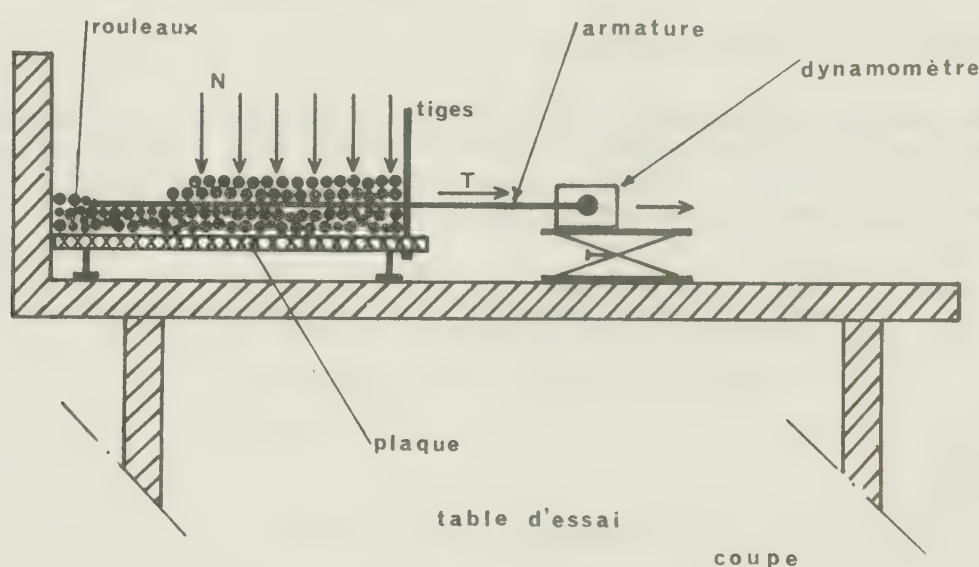


Fig. 2 - 6

Une armature en feuille d'aluminium de 3 cm de largeur et 9 μ d'épaisseur est placée horizontalement à l'intérieur de l'empilement de rouleaux. Une charge uniformément répartie est appliquée sur l'ensemble. L'armature est tirée horizontalement au moyen d'un dynamomètre Correx dont la lecture fournit l'effort tangentiel. Soient N la charge verticale appliquée sur l'ensemble et T la force lue sur le dynamomètre, le rapport $\frac{T}{N}$ représente

la valeur du coefficient de frottement rouleaux armatures.

FROTTEMENT ROULEAUX (mélange $\emptyset 2, \emptyset 1,2$) ARMATURES

N g	L cm	5	10	15	20	25
400	f	205 T _g	215	240	215	215
		0,51	0,54	0,6	0,54	0,54
500	f	250	260	290	260	260
		0,5	0,52	0,58	0,52	0,52
600	f	300	320	360	310	360
		0,5	0,53	0,6	0,52	0,6
800	f	430	450	480	440	420
		0,54	0,56	0,6	0,55	0,52
1000	f	530	550	580	550	570
		0,53	0,55	0,58	0,55	0,57
1400	f	700	820	850	850	800
		0,5	0,59	0,61	0,61	0,57
2000	f	940	1130	1150	1150	1150
		0,47	0,56	0,57	0,57	0,57

$$\text{Soit } f = \frac{T}{N}$$

Nous avons ainsi mesuré T pour des armatures de longueurs différentes et soumises à différents efforts verticaux. La valeur adoptée pour f est la moyenne de tous ces rapports $\frac{T}{N}$.

Cependant, deux remarques s'imposent :

- a) Les petites longueurs d'armatures conduisent à des valeurs plus faibles du coefficient de frottement f . Cela peut s'expliquer par l'influence de la paroi du bâti, les contraintes verticales σ_v sur l'armature étant près de la paroi plus faible que dans le milieu du massif.
- b) Pour des efforts normaux (N) faibles, il se produit un roulement des bâtonnets qui facilite le déplacement de l'armature et on obtient des valeurs faibles pour f . Mais, dans les modèles de tunnel, les efforts développés normalement aux armatures sont considérables et le phénomène de roulement des bâtonnets ne peut se produire.

243.- Le coefficient K_o des rouleaux

La loi empirique de Jaky donne, pour un milieu pulvérulent :

$$K_o = 1 - \sin \phi$$

et J. Nadjer donne une seconde relation : $K_o = \tan^2(\frac{\pi}{4} - \phi/3)$

Ces deux formules conduisent respectivement à $K_o = 0,577$ et $K_o = 0,56$ comme valeur du coefficient de pression latérale des rouleaux au repos (K_o). Or, ces deux lois sont empiriques, nous avons donc dû tester leurs validités dans le cas particulier d'un milieu bidimensionnel. Pour cela, nous avons procédé à la détermination expérimentale de K_o du milieu bidimensionnel étudié.

-Essais K_o

a) Montage

Nous avons placé, dans l'empilement, les capteurs à friction isolés suivant les schémas ci-après : (figures 2 - 7 et 2 - 8)

Fig. 2 - 7 — Disposition des capteurs isolés

Essai K₀

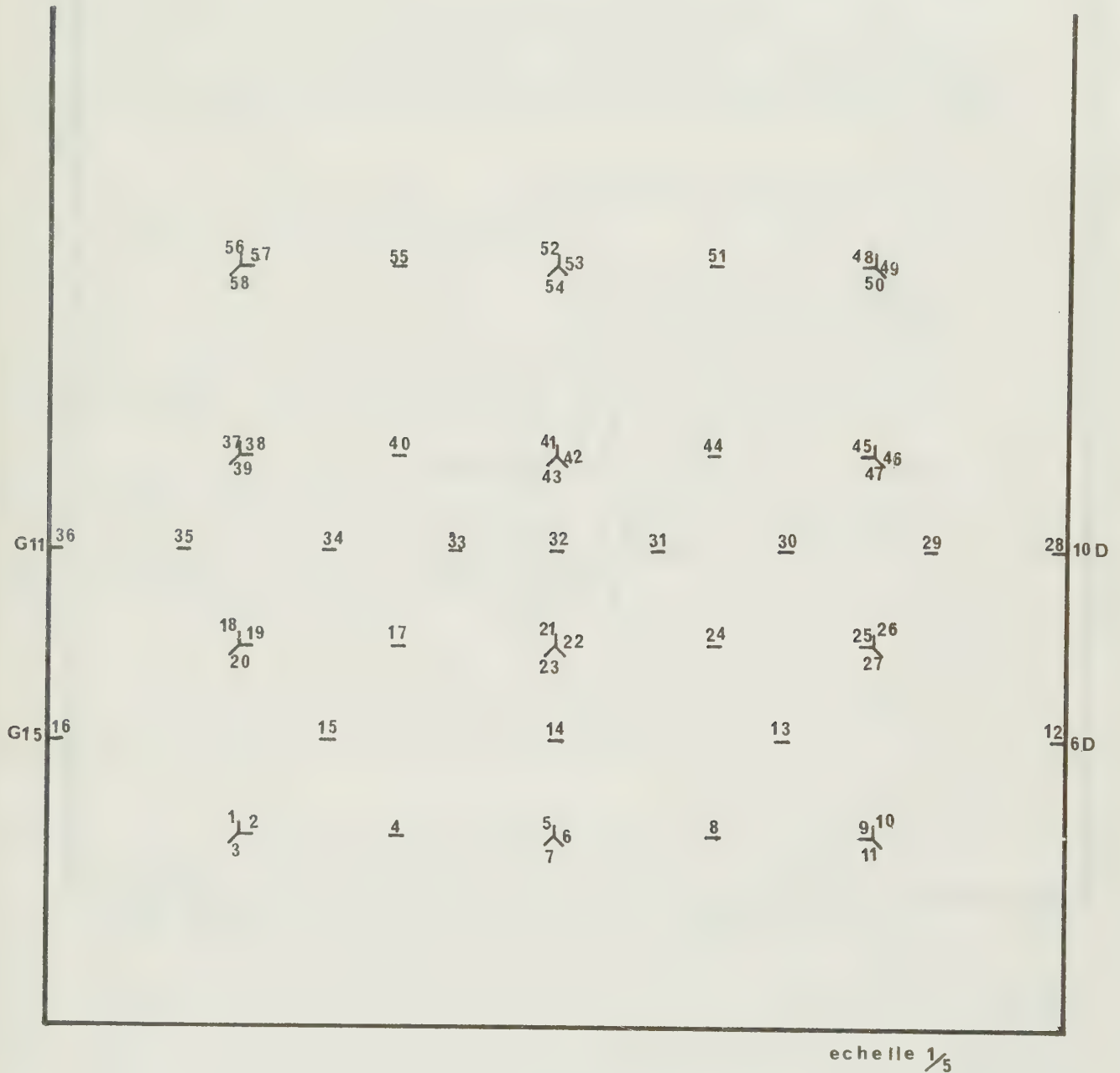
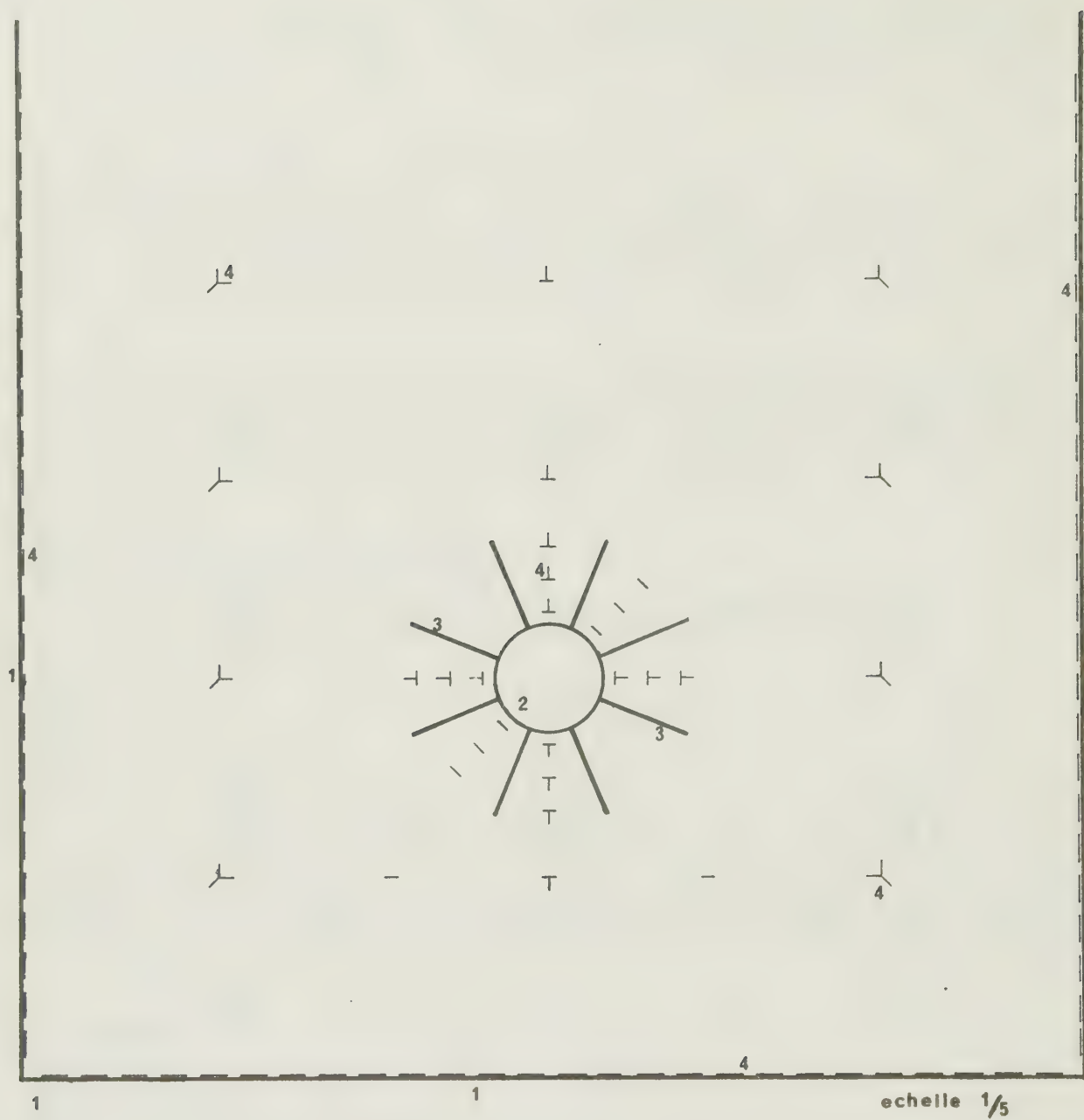


Fig. 2 - 8 — Tunnel en terre armée - exemple d'un schéma d'ensemble



- (1) bâti
- (2) tunnel
- (3) armature
- (4) capteur

Ce montage nous a permis de déterminer les contraintes et les directions principales à partir des rosettes de 3 capteurs et de calculer ainsi la valeur de K_0 là où les contraintes principales étaient verticale et horizontale, c'est-à-dire sur l'axe central du bâti.

Les capteurs placés horizontalement nous ont permis d'avoir la distribution des contraintes verticales à différents niveaux.

Examinons d'abord les rosettes et le mode de détermination des contraintes et directions principales à partir des mesures effectuées sur elles.

Il y avait au total 12 rosettes de trois capteurs dans le montage, dont 4 sur l'axe central du bâti, les huit autres étant placées par groupes de 4 de part et d'autre de l'axe central et à 15 cm environ des parois rigides du bâti.

Deux des trois capteurs de chaque rosette faisaient un angle droit entre eux et un angle de 135° avec le troisième.

Nous avons placé en outre des rosettes de capteurs dans les montages comportant un tunnel et ce, en dehors du "corps de tunnel" cf. schémas.

Nous avons pu ainsi effectuer différentes mesures par essai suivant la charge appliquée et ce, pour les mêmes points. Les mesures portent sur 5 essais. La dispersion acceptable des valeurs $K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$ nous incite à

prendre comme K_0 du milieu la moyenne des K ainsi calculés. Nous avons obtenu $K_0 \text{ moy} = 0,64$.

Nous donnons dans les annexes les valeurs de K_0 pour les points de mesure par essai et suivant la charge appliquée.

25.- Essais de voûtes en terre armée et interprétation des résultats

Le système d'unités utilisé dans ce chapitre tient compte du caractère bidimensionnel de l'étude; c'est ainsi que l'unité des contraintes est devenue $\text{Kg/cm} \approx \text{bar.cm}$ au lieu de bar ou kg/cm^2 et que la charge unitaire est une charge par unité de longueur, cm dans cette étude, et non par unité de surface.

251.- Rupture

Les différents essais nous ont montré que, selon les modifications apportées aux paramètres, nous étions en présence de différents modes de rupture. Nous avons pu, en particulier, mettre en évidence trois modes principaux. Ce sont :

- a) rupture par défaut d'adhérence
- b) effondrement dû à la rupture des armatures
- c) rupture par suite d'une instabilité latérale (ce dernier mode est propre aux modèles bidimensionnels).

Examinons ces trois cas de rupture :

- a) L'équilibre de la voûte nécessite que le frottement entre la terre et l'armature soit suffisant, ce qui se traduit par des limitations sur la géométrie de la voûte et plus particulièrement sur la longueur des armatures.

Lorsque ces conditions ne sont pas satisfaites, l'équilibre n'existe pas dans l'état initial de géométrie. Deux cas sont possibles :

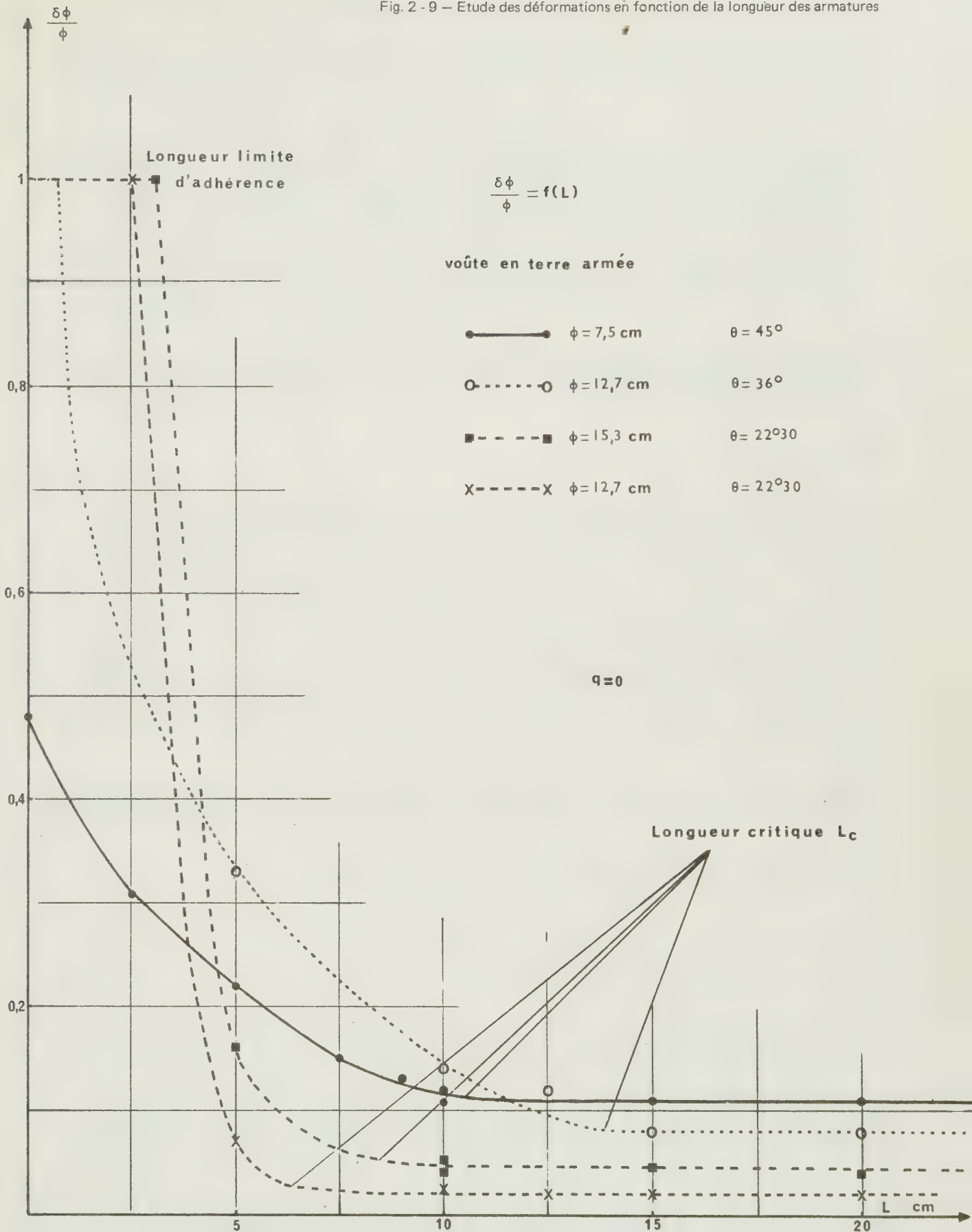
- 1.- Les changements de géométrie obtenus par suite des déformations conduisent à un état d'équilibre sous la charge appliquée. Ce point sera particulièrement étudié dans le paragraphe sur la longueur critique.
- 2.- Les déformations sont particulièrement importantes et conduisent à la rupture du massif.

Le passage du premier au second cas est progressif si l'on considère des longueurs d'armatures initiales décroissantes.

Si l'on caractérise la déformation de la voûte par la moyenne des valeurs du rapport $\frac{\Delta\phi}{\phi}$, on peut considérer que la rupture est obtenue lorsque ce

rapport atteint la valeur 1. On peut donc définir pour une géométrie donnée de voûte la longueur maximum d'armature entraînant la rupture du massif par défaut d'adhérence ; nous appellerons cette longueur : LONGUEUR LIMITE D'ADHERENCE (figure 2-9).

Fig. 2 - 9 — Etude des déformations en fonction de la longueur des armatures



b) Effondrement par suite d'une rupture des armatures

Un des avantages des modèles réduits est la possibilité de destruction de l'ouvrage étudié.

L'étude des voûtes en terre armée se posant comme un problème nouveau, il nous a fallu charger les modèles jusqu'à la rupture afin d'étudier les causes de celle-ci. Une rupture des armatures peut entraîner l'effondrement de la voûte. Nous définirons donc cette rupture d'armature comme une condition nécessaire à l'effondrement du tunnel. Elle n'est cependant pas suffisante, car la longueur d'armature rompue encore attachée à la peau peut rester supérieure à "la longueur limite d'adhérence". Dans ce cas, l'ensemble subit une forte déformation et une redistribution des contraintes dans le corps du tunnel assure à nouveau la stabilité de l'ensemble.

Les essais réalisés sur le modèle bidimensionnel nous ont permis de constater que la rupture des armatures a lieu de part et d'autre du voussoir de clé. (planches photos).

c) Instabilité latérale

Pour atténuer au maximum les effets de bord dans le modèle bidimensionnel, nous avons prévu d'utiliser trois ouvertures (largeurs) pour le bâti suivant l'importance du diamètre de la voûte. Nous aurions pu avoir ainsi :

$\frac{B}{\phi} \geq 8$ pour tous les essais. B représente la largeur ou l'ouverture du bâti et ϕ est le diamètre de la voûte. [21]

Malheureusement, nous avons dû renoncer à ce projet à cause de l'instabilité latérale de l'empilement pour $B = 100$ cm et $B = 120$ cm. En effet, la longueur de 5 cm des rouleaux s'est avérée insuffisante et la poursuite des essais impossible.

Nous avons donc été dans l'obligation de travailler avec le bâti de largeur $B = 80$ cm et de ce fait, d'éliminer les tunnels dont le diamètre dépassait 16 cm.

Nous sommes par conséquent limités à un rapport $\frac{B}{\phi} \geq 5$

252.- Etude de la longueur critique L_c

Les essais réalisés pour étudier l'influence de la longueur initiale des armatures sur les déformations d'une voûte en terre armée conduisent à mettre en évidence une longueur initiale limite pour les armatures notée L_c et appelée LONGUEUR CRITIQUE, telle que :

- 1.- Lorsque la longueur initiale des armatures est inférieure à L_c , il ne peut y avoir d'équilibre de la voûte pour la géométrie initiale et la voûte subit de grandes déformations l'amenant soit dans une nouvelle géométrie d'équilibre soit à l'état de rupture.
- 2.- Lorsque la longueur initiale des armatures est supérieure à L_c , les déformations sont minimales et l'on peut considérer que la géométrie initiale est une géométrie d'équilibre.

Les expériences montrent par ailleurs que la longueur critique est fonction du rayon de la voûte et de l'angle θ des voussoirs constituant le corps de la voûte. Nous pouvons donc écrire :

$$L_c = f \{ R, \theta \} \cdot A \quad (1)$$

avec $A = F(f, \phi)$. A est donc constante dans toute l'étude, étant donné la constance des caractéristiques du modèle; f est le coefficient de frottement rouleaux armatures et ϕ est l'angle de frottement interne de l'empilement des rouleaux d'acier qui représentent la terre dans le modèle bidimensionnel.

Nous avons pu expliciter la relation (1) à partir des résultats expérimentaux (fig. 2-10, 2-11). En effet, pour un angle θ constant, L_c varie linéairement en fonction du rayon de la voûte et la variation de la longueur critique est aussi linéaire en fonction de θ pour une voûte de diamètre donné. Nous avons donc :

$$L_c = A \cdot R \cdot \theta \quad (2)$$

en remplaçant θ par $\frac{b}{R}$, nous avons :

$$L_c = A(f, \phi) \cdot b$$

Ainsi, la longueur critique est exclusivement fonction de la dimension des peaux.

La notion de la longueur critique a une grande importance non seulement dans le calcul, mais aussi dans la conception et la réalisation d'un tunnel en terre armée. En effet, selon les données économiques et les exigences en matière de déformations, on peut concevoir soit une voûte n'admettant que des déformations négligeables (de l'ordre de 2 à 3%) donc à grande longueur d'armatures, soit une voûte déformable dans une limite déterminée (10 à 20 %) et qui aura des armatures courtes.

Il est également important de remarquer que la longueur critique est totalement indépendante de la pression appliquée sur la voûte.

Fig. 2-10 — Evolution de la longueur critique en fonction du rayon de la voûte à Θ constant.

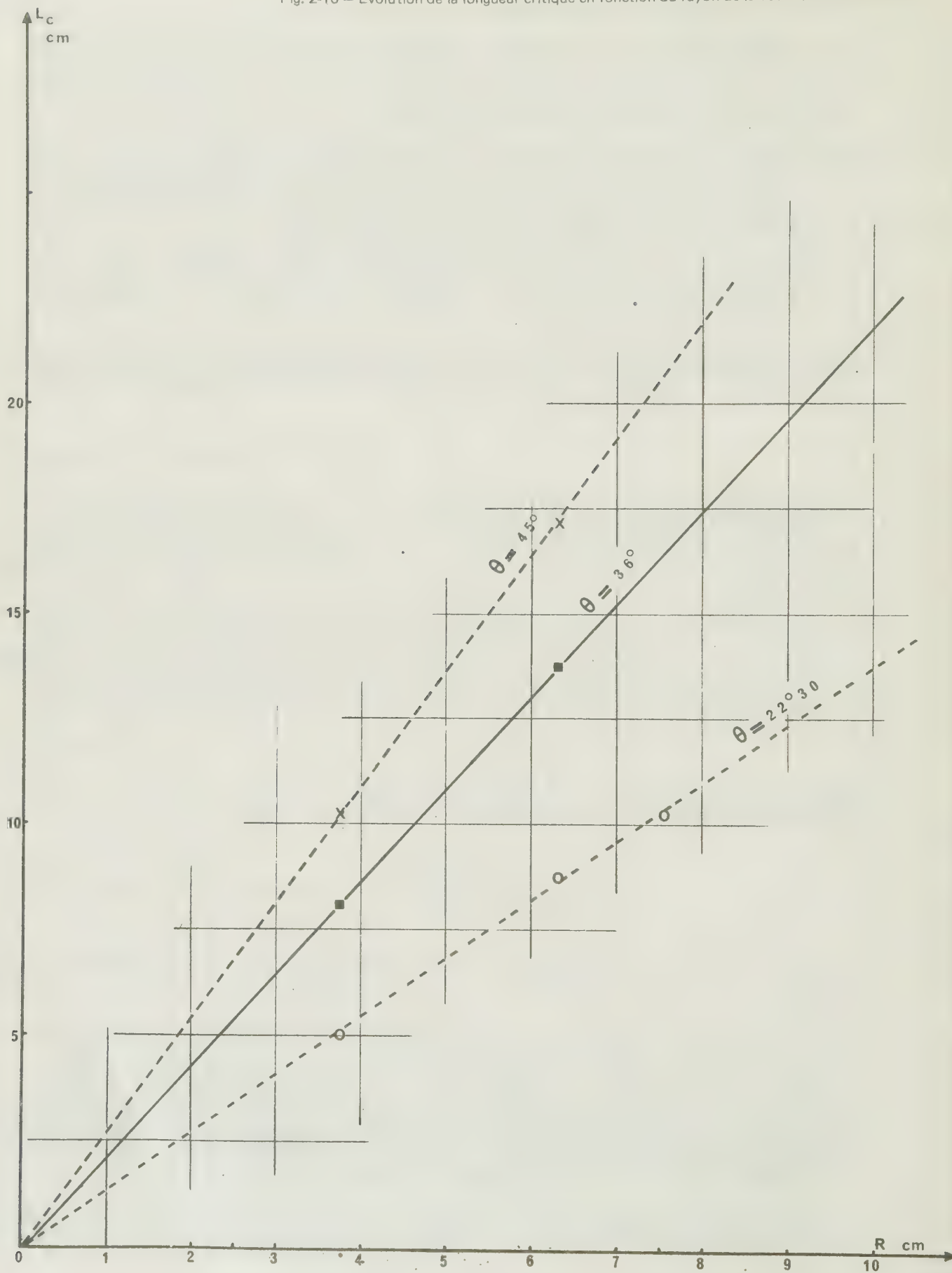


Fig. 2 - 11 — Evolution de la longueur critique en fonction de l'angle Θ des voussoirs à rayon constant

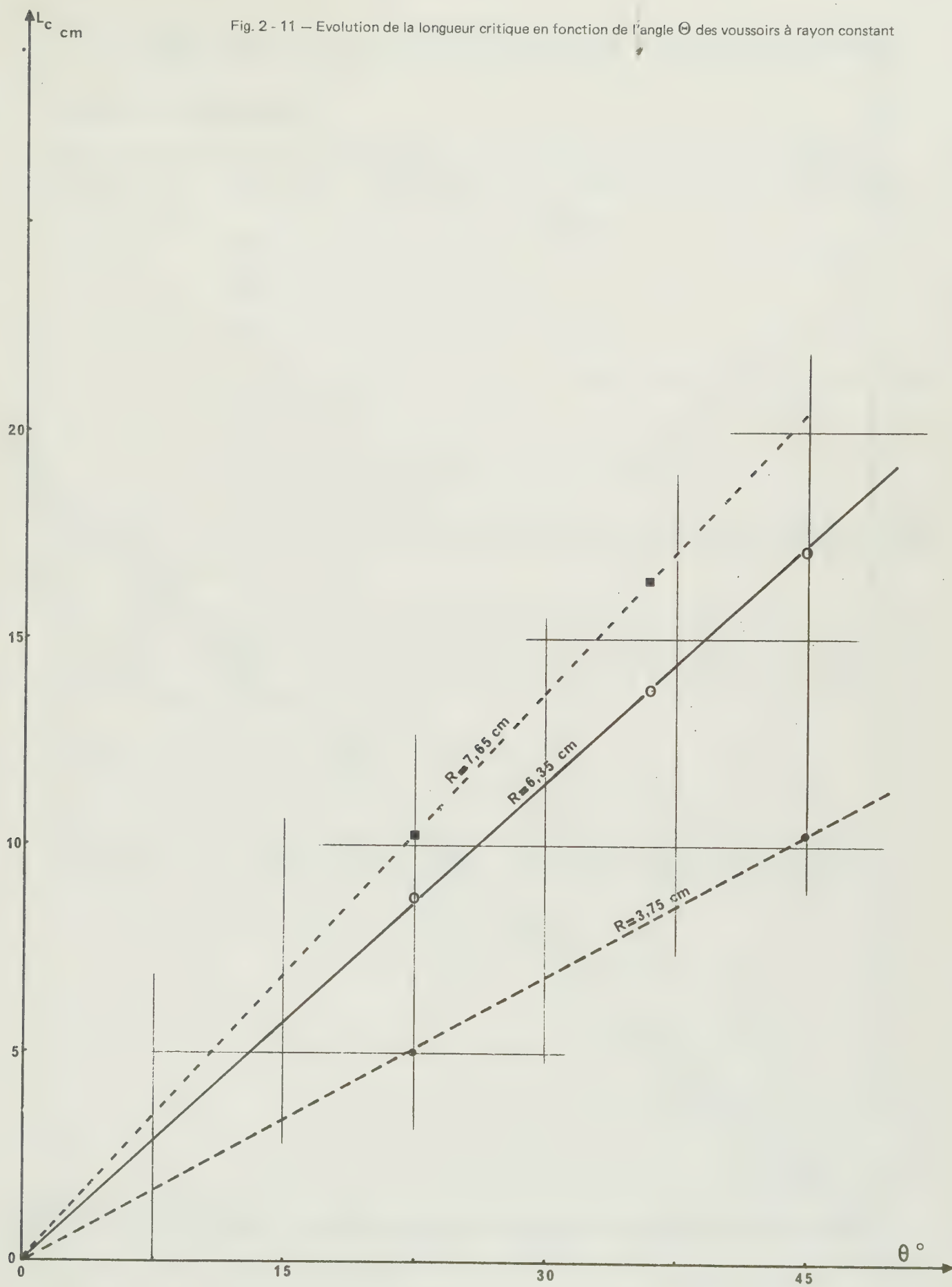
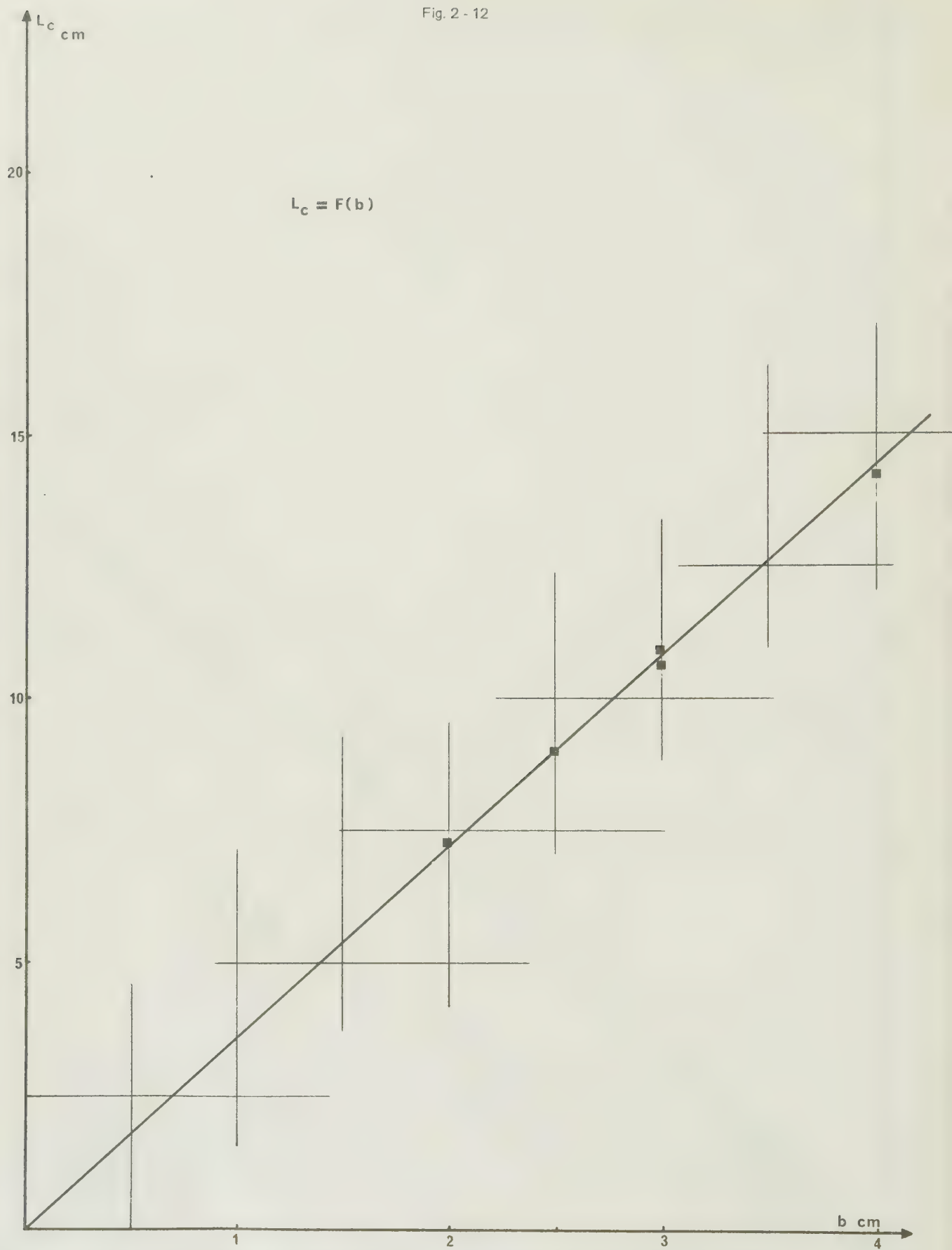


Fig. 2 - 12



Nous reviendrons sur ce problème dans le paragraphe traitant des déformations.

253.- Influence des paramètres

Les paramètres, autres que la longueur des armatures, ayant une certaine influence sur l'équilibre d'une voûte en terre armée, peuvent être ainsi énumérés :

R ou ϕ	Rayon ou diamètre du tunnel
θ	Angle d'un voussoir du tunnel
R_T	Résistance en traction des armatures
ϕ	Angle de frottement interne du milieu, avec $K_a = \operatorname{tg}^2(\pi/4 - \phi/2)$ et $K_p = \operatorname{tg}^2(\pi/4 + \phi/2)$
f	Coefficient de frottement "terre"-armatures
p	Pression appliquée sur la voûte.

Nous étudierons la valeur maximum de p à l'équilibre appelée pression de rupture et notée p_r , car il s'agit d'une pression limite, en fonction des autres paramètres : $p_r(R_T)$, $p_r(R)$, $p_r(\theta)$.

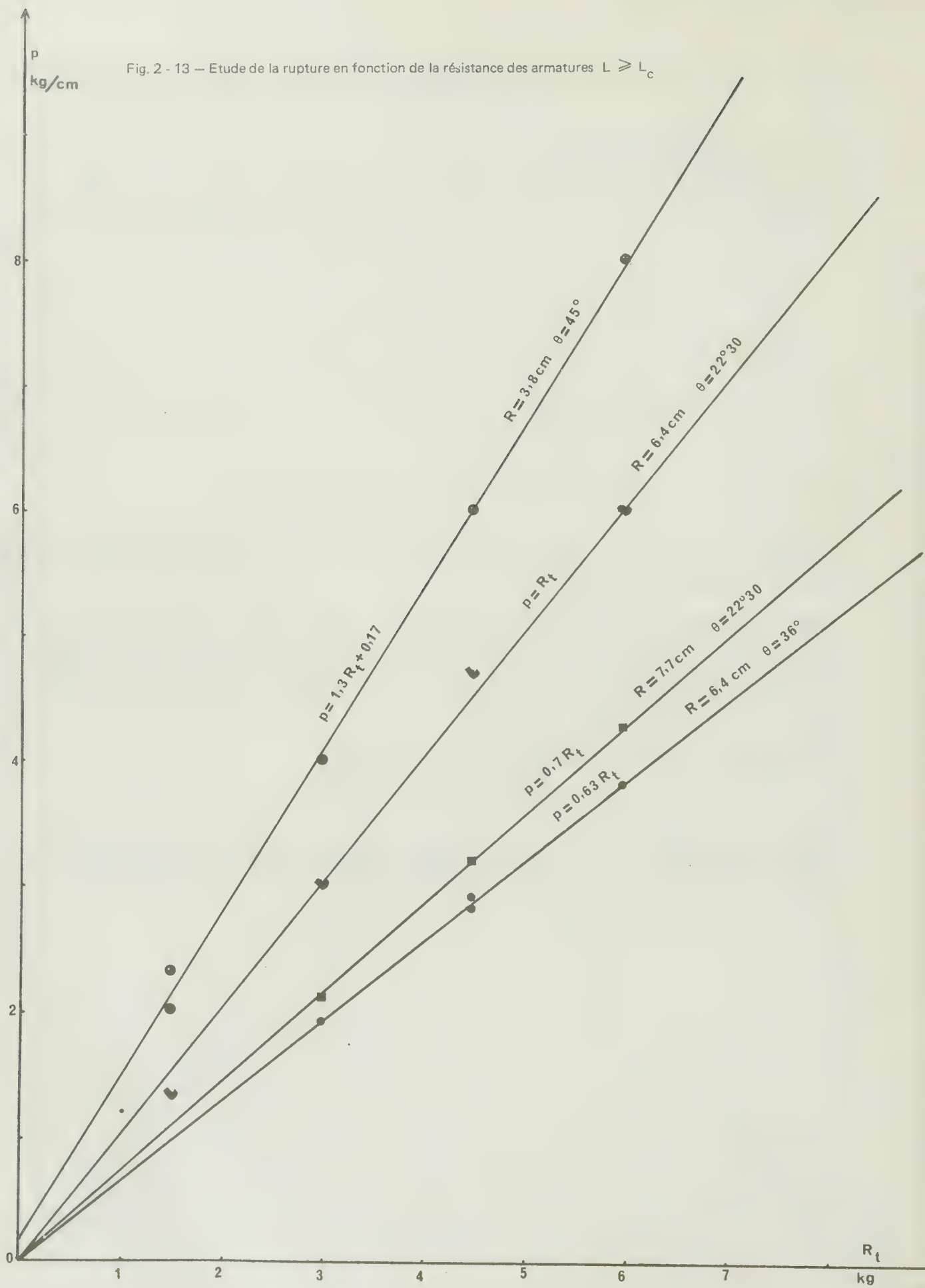
Quant aux fonctions $p(\phi)$ et $p(f)$, nous ne sommes pas en mesure de les étudier étant donné leurs valeurs constantes dans le cas de cette étude. En effet, les expériences sur modèle réduit bidimensionnel ont été effectuées sur un même mélange de rouleaux d'acier ($\phi = 25^\circ$) avec des bandes de 3 cm d'aluminium, servant comme armatures ($f = 0,58$).

- Examinons les trois fonctions $p_r(R_T)$, $p_r(R)$, $p_r(\theta)$ -

1.- Influence de la résistance à la traction des armatures

L'étude expérimentale nous a permis de constater que la pression verticale limite appliquée sur une voûte en terre armée variait linéairement avec la résistance en traction des armatures (cf. graphique). Nous avons donc :

$$p_{\text{critique}} = \bar{A} \cdot R_T \quad \text{avec} \quad \bar{A} = A_1(R, \theta) \cdot A_2(\phi, f)$$



Dans cette relation, comme nous l'avions vu auparavant, $A_2(\phi, f)$ est une constante, tandis que $A_1(R, \theta)$ varie en fonction du rayon du tunnel et de l'angle des voussoirs. Pour un tunnel de diamètre et angle donnés, nous avons :

$$p_r = \bar{A} \cdot R_T \quad \bar{A} = A_1(R, \theta) \cdot A_2(\phi, f)$$

L'analyse dimensionnelle (2-4) pour sa part, nous donne la relation :

$$p_r = g(\phi, f) \cdot \Phi(\theta) \frac{R_T}{R^2} \quad (3)$$

ou p_r est encore une fonction linéaire de R_T

2°) Influence du rayon du tunnel

Avant d'aborder ce problème, il convient de préciser la double influence du rayon sur l'équilibre de la voûte. En effet, le rayon intervient d'une part directement et d'autre part d'une manière indirecte par l'intermédiaire de l'angle θ du voussoir, puisque $\theta = \frac{b}{R}$. Ainsi, il est possible de définir

soit $p = p(R, \theta)$, soit $p = p(R, b)$. b est la dimension d'un élément de peau. Nous examinerons les deux possibilités.

Déterminons d'abord $p(R)$ à partir des résultats expérimentaux.

$$a) \quad p_r = p_r(R, \theta = c^{te})$$

Le dépouillement des essais de tunnels de rayons différents mais à angle θ du voussoir constant nous a permis de conclure que la pression critique p_c était une fonction inverse du carré du rayon de la voûte. Nous avons en effet comparé, pour quelques dix essais, les produits pR et ensuite pR^2 ; ceci nous a permis de constater la constance des produits pR^2 avec une très bonne approximation. D'autre part, il est physiquement concevable de poser comme conditions aux limites pour $R \rightarrow 0$: $p \rightarrow \infty$ et pour $R \rightarrow \infty$: $p \rightarrow 0$. Ainsi, la fonction $p_r = p_r(R)$ peut être confondue à la branche d'une conique correspondant aux valeurs positives de p et de R et ayant comme asymptotes les axes de coordonnées OR et Op . Nous pouvons donc écrire pour $\theta = c^{te}$ la formule : (figure 2-14).

$$p_r = \frac{B(R, \theta, \phi, f)}{R^2}$$

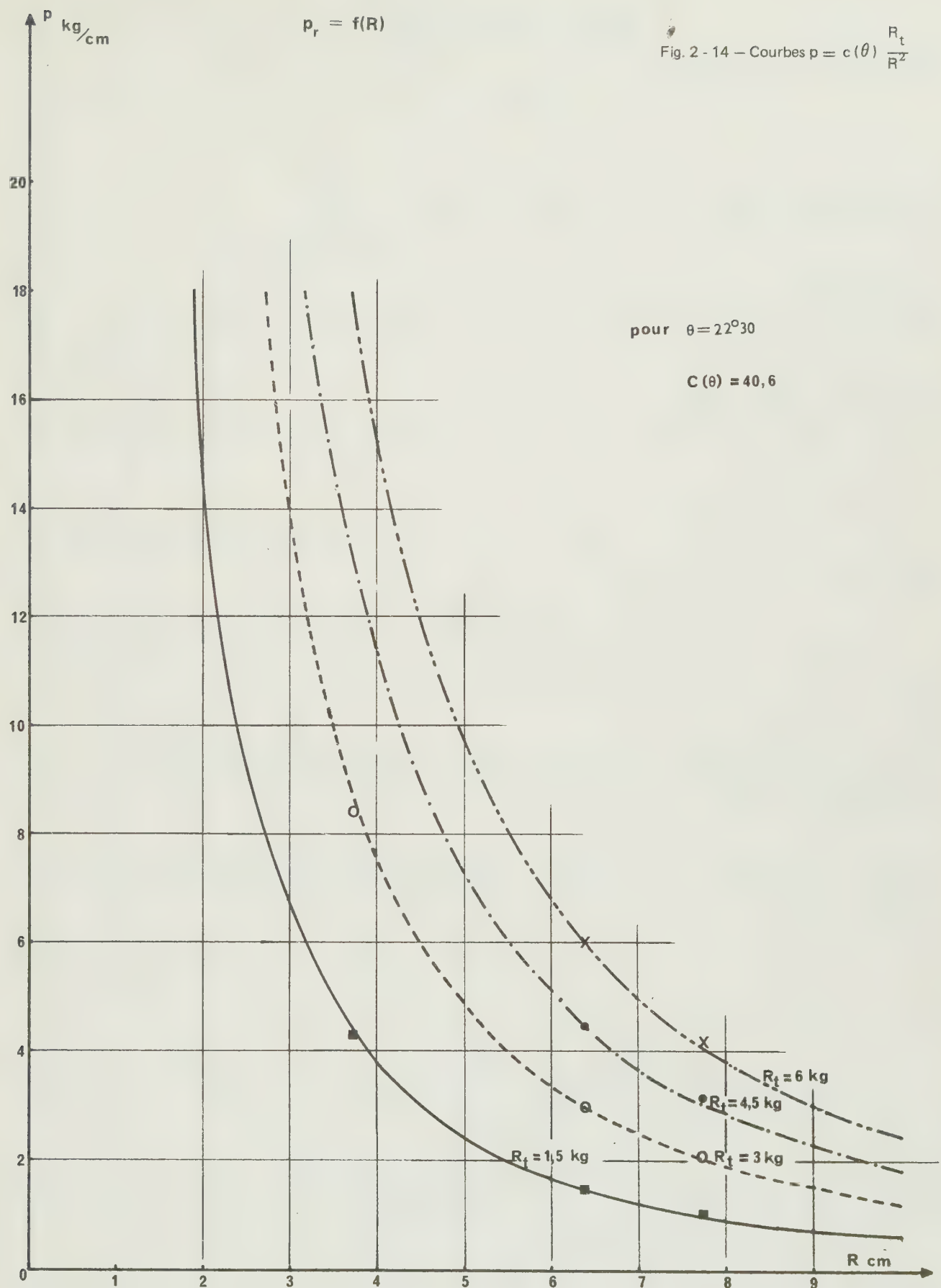
Nous donnons ci-après le tableau des produits pR et pR^2 et la courbe $p(R)$.

Tableau des produits pR et pR^2 pour $\theta = 22^\circ 30'$, ainsi que pR^2/R_T ayant $p_r = AR_T$.

R_T kg	p_r kg	R cm	pR	pR^2	pR^2/R_T
1,5	1,5	6,35	9,5	60,5	40,3
	1,08	7,65	8,25	63	42
R_T kg	p_r kg	R cm	pR	pR^2	pR^2/R_T
3	2,1	7,65	16,05	123	41
	3	6,35	19,05	121	40,3
R_T kg	p_r kg	R cm	pR	pR^2	pR^2/R_T
4,5	3,2	7,65	24,5	187	41,5
	4,5	6,35	28,6	182	40,5
R_T kg	p_r kg	R cm	pR	pR^2	pR^2/R_T
6	4,2	7,65	32,2	246	41
	6	6,35	38	242	40,3

$$p_r = f(R)$$

Fig. 2 - 14 — Courbes $p = c(\theta) \frac{R_t}{R^2}$



Nous trouvons ainsi une valeur constante pour $\frac{pR^2}{R_T}$

Ou pour une R_T donnée :

$$p_r = \frac{B}{R^2}$$

et la relation générale à θ constant s'écrit : $p_r = C \frac{R_T}{R^2}$

où $C = C(\theta)$

- Calcul de la constante C de la formule $p_r = C \frac{R_T}{R^2}$ à partir des résultats expérimentaux.

Soit $C = \frac{pR^2}{R_T}$; le tableau de la page 28 nous donne sa valeur pour 8 essais

à $\theta = c^{te} = 22^\circ 30$ soit $C \approx 40,6$

Nous avons ainsi, pour un tunnel en terre armée dont les voussoirs font un angle de $22^\circ 30$ la formule :

$$p_r \approx 40 \frac{R_T}{R^2}$$

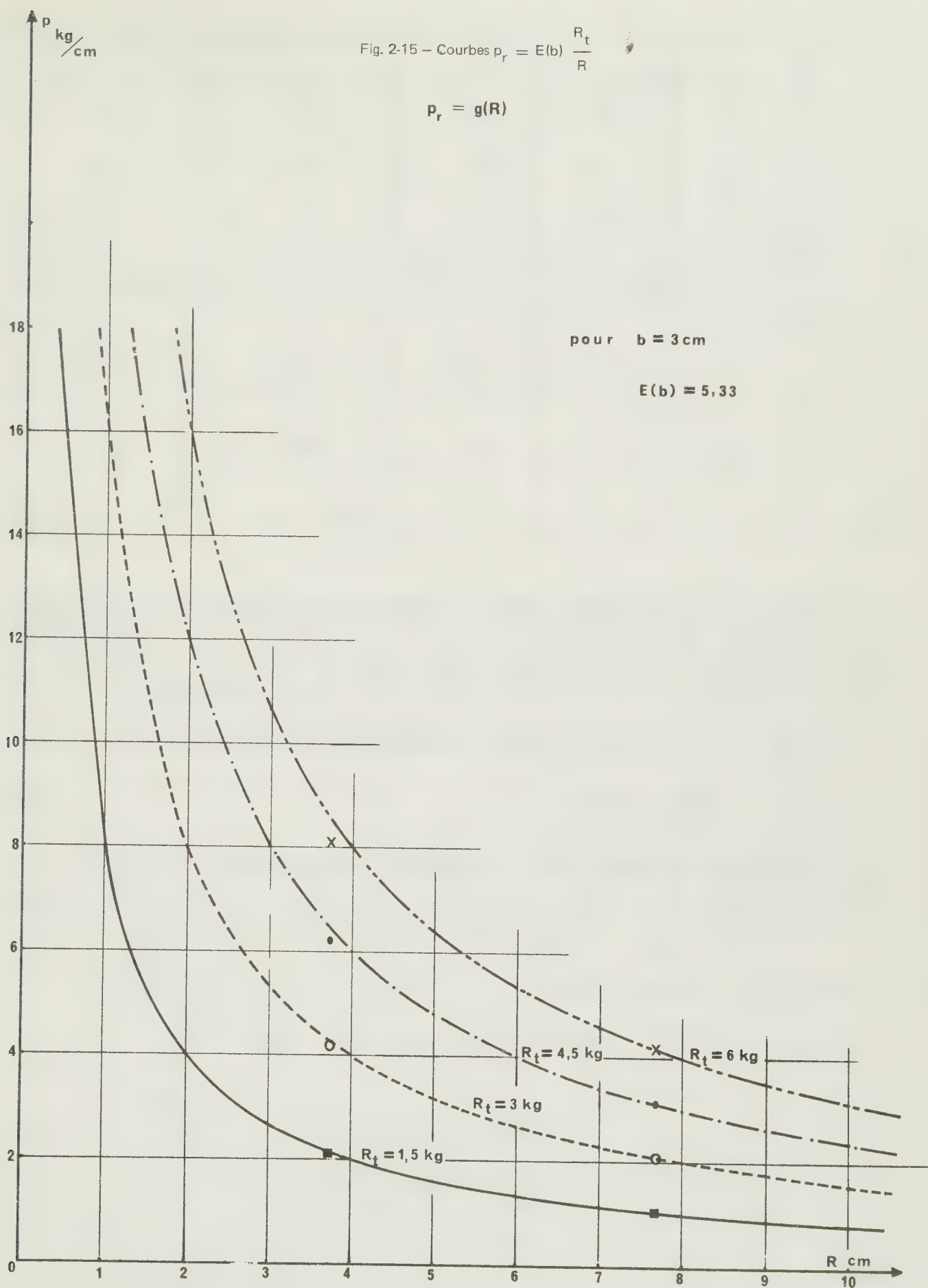
b) $p_r = p_r(R, b = c^{te})$

Déterminons maintenant la relation reliant p à R en tenant compte de la largeur d'un élément de peau et non plus de l'angle θ . Ceci revient à remplacer θ par $\frac{b}{R}$.

Formons, comme dans le cas précédent, le tableau donnant p_r , R , $p_r R$, $p_r R^2$, $p_r R^3$ pour $b = c^{te}$.

Fig. 2-15 – Courbes $p_r = E(b) \frac{R_t}{R}$

$$p_r = g(R)$$



$R_T = 3 \text{ kg}$					
p_r	R	pR	pR^2	pR^3	pR/R_T
4,2	3,75	15,80	59,5	223	5,27
2,1	7,65	16,05	123	940	5,31
$R_T = 6 \text{ kg}$					
p_r	R	pR	pR^2	pR^3	pR/R_T
8	3,75	30	112,5	422	5
4,2	7,65	32	246	1880	5,3

Ainsi que le tableau précédent le montre, parmi les trois produits pR , pR^2 , pR^3 , c'est le premier (pR) qui garde une valeur à peu près invariable pour différents rayons du tunnel. Le rapport pR/R_T est pour sa part constant pour tous tunnels ayant des éléments de peau de largeurs identiques. La relation reliant la charge (pression) de rupture au rayon d'une voûte s'écrit donc, dans ce cas :

$$p_r = \frac{D}{R} \quad \text{ou, en tenant compte de l'influence de } R_T$$

$$p_r = \frac{ER_T}{R} \quad \text{avec } E = E(b).$$

Les essais donnent pour $E(3 \text{ cm})$, la valeur **5,3** (figure 2-15)

$$\text{soit } p_r = 5,3 \frac{R_T}{R}$$

La comparaison des deux formules : $p_r = C(\theta) \cdot \frac{R_T}{R^2}$ et $p_r = E(R, \theta) \cdot \frac{R_T}{R}$

$$\text{donne } C(\theta) = R \cdot E(R, \theta) \quad \text{soit } E = \frac{k}{\theta R}$$

$$\text{et } C = \frac{k}{\theta}$$

$$\text{d'où } p_r = k(\phi, f) \frac{R_T}{\theta \cdot R^2}$$

- Etude de $p = p(R)$ par l'analyse dimensionnelle.

La théorie de l'analyse dimensionnelle donne l'équation générale de la stabilité d'un tunnel en terre-armée sous la forme suivante :

$$p_r = g(\phi, f) \cdot \Phi(\theta) \frac{R_T}{R^2} \quad (\text{cf } 2.3)$$

Etant donné qu'il nous est impossible de déterminer $g(\phi, f)$ dans le cadre de l'étude et que, par ailleurs, cette fonction se réduit à une constante pour $\phi = c^{te}$ et $f = c^{te}$, nous examinerons la seule fonction $\Phi(\theta)$

a) $p_r = p(R)$ pour $\theta = c^{te}$

Considérons la formule générale, elle s'écrit pour $\theta = c^{te}$

$$p_r = C \frac{R_T}{R^2} \quad \text{avec} \quad C = C(\phi_0, f_0, \theta_0)$$

et pour $R_T = c^{te}$ il vient : $p_r = \frac{B}{R^2}$

Cette formule est identique à celle obtenue à partir des résultats purement expérimentaux.

b) Cas de $p_r = p(R)$ avec $b = c^{te}$

Ecrivons la formule générale, en remplaçant θ par $\frac{b}{R}$

Soit : $p_r = \lambda \cdot \phi\left(\frac{b}{R}\right) \frac{R_T}{R^2}$ avec $\lambda = g(\phi = 25^\circ, f = 0,58)$

Il nous faut donc expliciter la fonction $\Phi\left(\frac{b}{R}\right)$. Ceci étant impossible sans les résultats expérimentaux, nous nous retrouvons en présence de la question traitée au (b) de l'étude à partir des données de l'expérience.

3°) Influence de l'angle θ du voussoir

a) Etude expérimentale

Soit à étudier $p_r = p(\theta, R_T = c^{te}, R = c^{te})$

Nous avons procédé suivant la méthode utilisée pour déterminer $p = p(R)$ à partir des différents essais effectués à $R = c^{te}$. La relation vérifiant les résultats est :

$$p_r = \frac{F}{\theta} \quad \text{avec } F = F(R_T, R)$$

Donc p est une fonction inverse de l'angle θ , toutes choses étant égales par ailleurs. (figure 2-16)

b) Analyse dimensionnelle

Soit la formule générale obtenue à partir de l'analyse dimensionnelle :

$$p_r = \lambda \cdot \Phi(\theta) \frac{R_T}{R^2}$$

ou pour R_T et R constants : $p = \mu \cdot \Phi(\theta)$

$$\text{avec } \mu = \lambda \cdot \frac{(R_T)_0}{(R^2)_0}$$

Nous devons donc expliciter la fonction $\Phi(\theta)$, ce qui est impossible sans les résultats de l'expérience, nous nous retrouvons donc en présence du problème étudié au (a) ci-dessus.

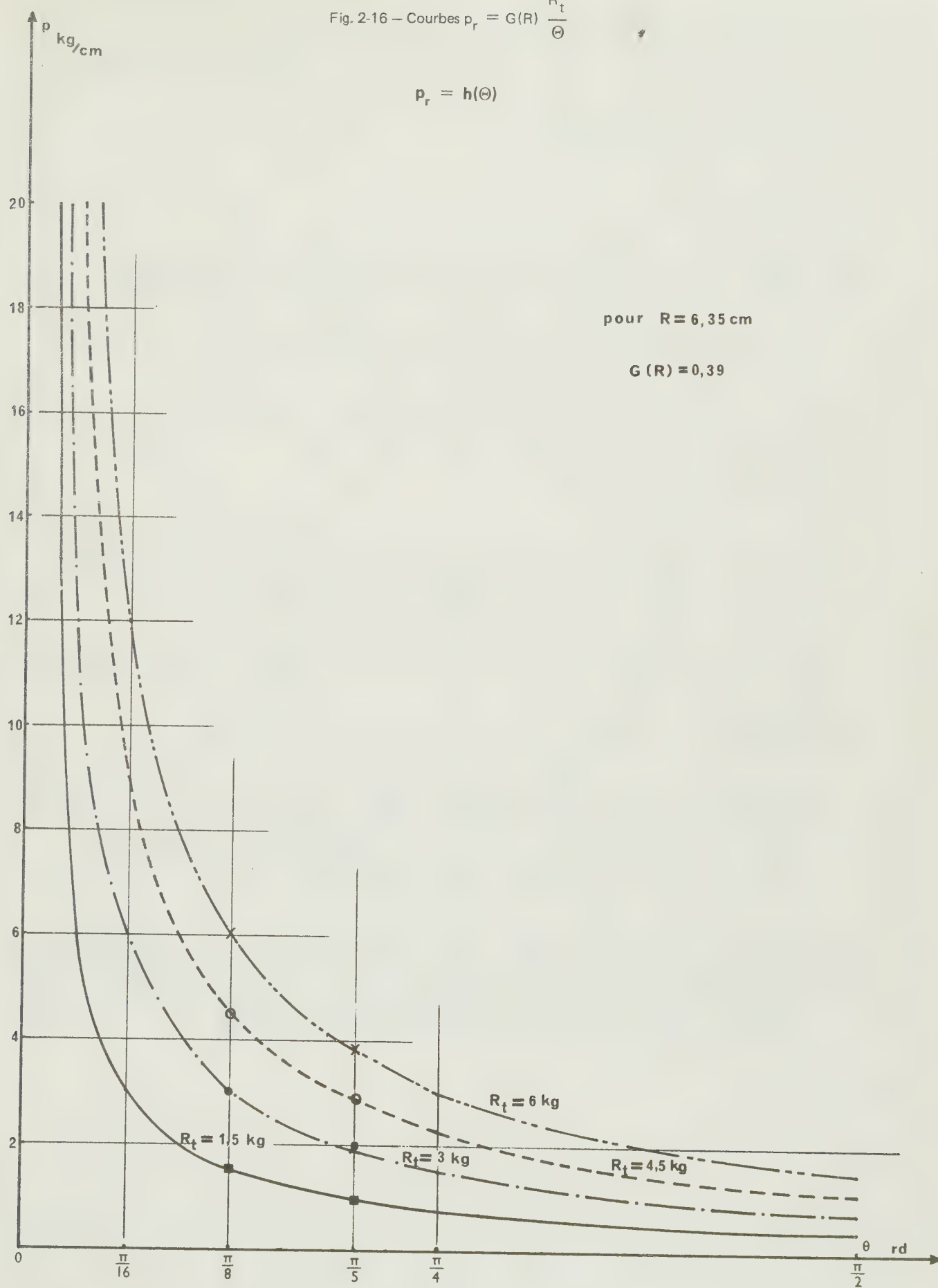
La combinaison des expressions de p_r en fonction des différents paramètres aboutit à la relation :

$$p_r = \frac{k(\phi, f)}{\theta} \cdot \frac{R_T}{R^2}$$

équation qui exprime la condition de l'équilibre limite d'une voûte en terre armée.

Fig. 2-16 — Courbes $p_r = G(R) \frac{R_t}{\Theta}$

$$p_r = h(\Theta)$$



254.- Comportement de la voûte, contraintes, déformations

2541.- Nous distinguerons deux cas de comportement de la voûte en terre armée :

- Comportement avant la rupture
- Comportement à la rupture.

Examinons les deux cas :

1°) Comportement d'une voûte en terre armée avant la rupture :

Les essais effectués sur modèle réduit montrent que le comportement de la voûte en terre armée est fonction des trois facteurs suivants :

- 1.- La hauteur du remblai qui surplombe le corps du tunnel au moment de l'enlèvement du gabarit,
- 2.- La longueur des armatures si toutefois $L < \text{longueur critique}$
- 3.- L'angle θ du voussoir.

Ceci nous conduit à constater que :

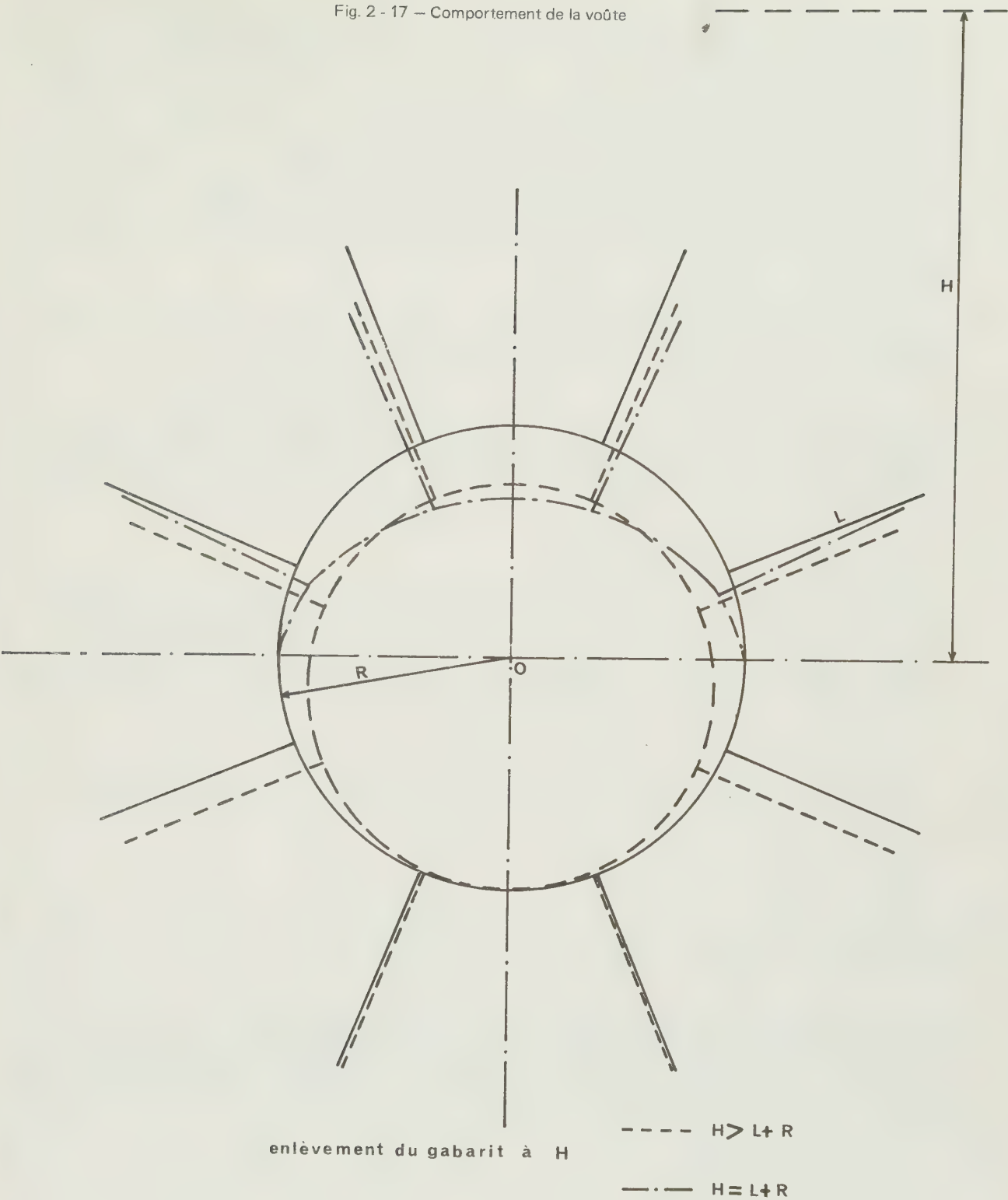
- d'une part, le rayon de la voûte n'influence son comportement que d'une manière indirecte. En effet, ayant $L_c = A \cdot \theta \cdot R$ et $\theta = \frac{h}{R}$, nous ne pouvons dire que la voûte se comporte indépendamment de son rayon.
- d'autre part, la résistance en traction des armatures, tout en étant un facteur de stabilité, ne modifie pas le comportement du tunnel avant la rupture.

Considérons les trois facteurs qui interviennent directement :

- 1.- La hauteur du remblai au-dessus de la voûte contribue à uniformiser les déformations subies par la voûte, suivant les différents axes (vertical, obliques, horizontal). En effet, le fait d'enlever le gabarit juste à la limite du recouvrement des armatures, autrement dit à la limite du "corps du tunnel" entraîne une déformation non symétrique du tunnel et un aplatissement à la clé de voûte (fig. 2-17).

Dans les essais où le gabarit a été retiré avec la hauteur maximum de terre au-dessus de la voûte, nous avons pu observer une déformation plus "régulière", la section restant circulaire tout en diminuant de diamètre (fig. 2-17). Nous essayerons d'expliquer ces deux comportements différents lors de l'analyse des contraintes agissant

Fig. 2 - 17 — Comportement de la voûte



sur la voûte. Notons toutefois que la charge verticale sur le tunnel peut être égale en première approximation à γh et la charge latérale à $K \cdot \gamma h$ avec $K = K_0$ pour des faibles profondeurs et $K = 1$ si la hauteur du remblai est importante. Nous avons donc, dans le cas de $H = R+L$: $p_v > p_h$, d'où une plus grande déformation verticale, tandis que pour $H \gg R+L$ $p_v \approx p_h$ et les déformations verticale et horizontale de même grandeur. Ceci peut en partie expliquer le comportement différent de la voûte suivant la hauteur du remblai de surcharge. Il faut cependant dissocier le cas de la voûte surchargée après enlèvement du gabarit, de celui de la voûte encore étayée. Dans le premier cas, nous aurons encore des déformations dissymétriques (voir essais K_0 - Annexe 1).

- 2.- Une voûte en terre armée se déforme d'autant plus que la longueur de ses armatures est petite, sauf si L reste supérieure à L_c auquel cas la déformation du tunnel est indépendante de L . Fig. 2-9.
- 3.- Une voûte en terre armée a un comportement d'autant plus rigide que l'angle θ du voussoir est petit et par conséquent les voussoirs sont plus nombreux. Nous pouvons d'ailleurs, à la limite, pour $\theta = 0$, assimiler la voûte à un tube épais rigide. Le graphique 2-18 nous donne les variations de la défor-

mation $\frac{\Delta \phi}{\phi}$ en fonction de θ pour $R = c^{te}$ et $L \geq L_c$.

Pour ce qui est des voûtes en terre armée dont la longueur des armatures est inférieure à la longueur critique, nous aurons des courbes semblables à celles obtenues pour $L \geq L_c$, avec bien entendu des déformations plus importantes. Toutefois, étant donné que la longueur critique est fonction à la fois du rayon de la voûte et de l'angle θ du voussoir ($L_c = 2 A.R. \theta$),

nous devons tracer des courbes $\frac{\Delta \phi}{\phi} = f(\theta)$ non pas à $L = c^{te}$ mais avec

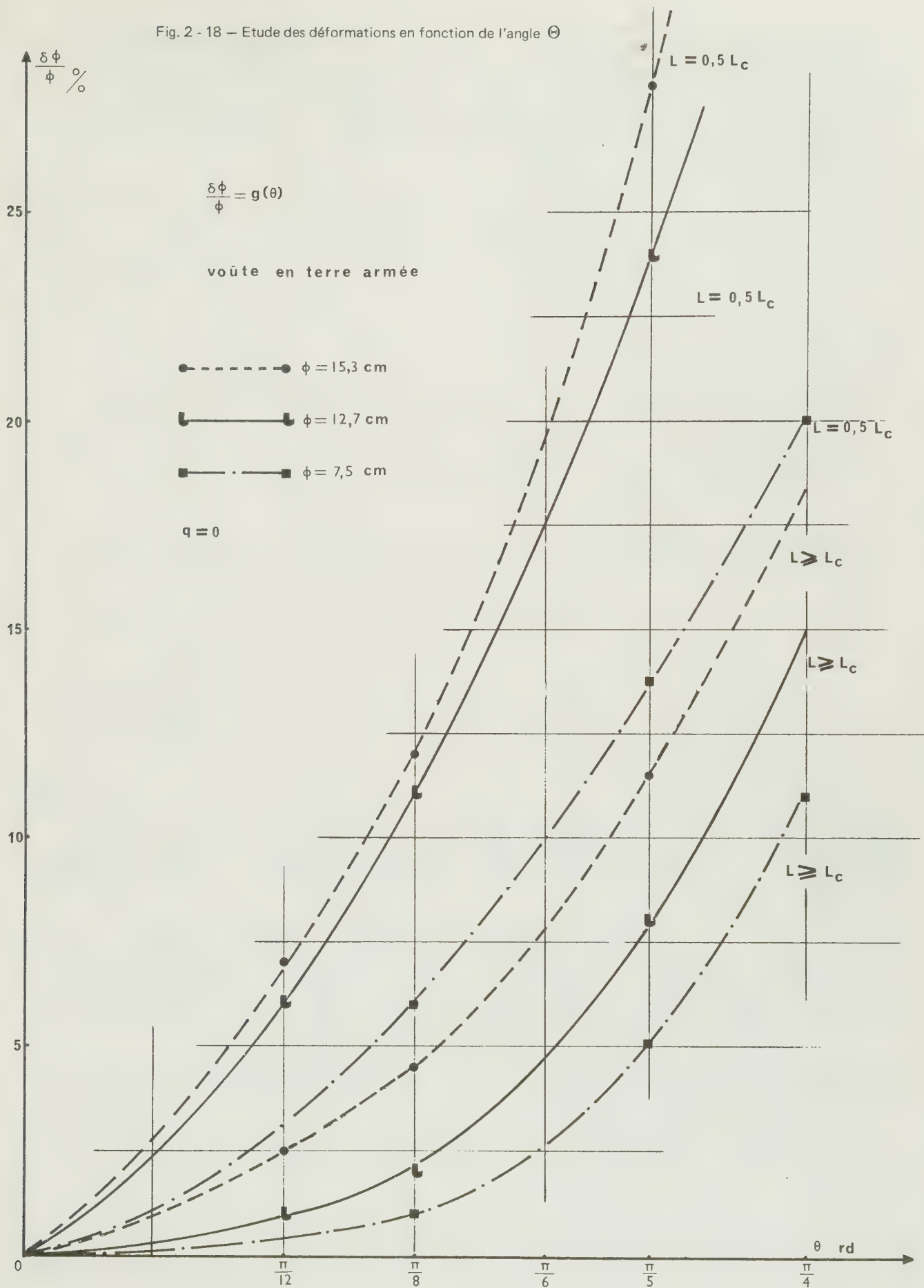
$L = c \cdot L_c$ où c est une constante et L_c la longueur critique fonction du rayon et de l'angle θ . Le graphique 2-18 représente aussi

$$\frac{\Delta \phi}{\phi} = f(\theta) \text{ pour } L = 0,5 L_c.$$

2°) Comportement à la rupture d'une voûte en terre armée.

Les différents modes de rupture de la voûte en terre armée ont été examinés au paragraphe 251. Il nous reste à examiner le comportement des voûtes au moment de la rupture. Nous ne considérons pas dans ce paragraphe les cas de rupture par défaut d'adhérence ou par instabilité. Une voûte en terre armée

Fig. 2 - 18 — Etude des déformations en fonction de l'angle θ



est mise hors d'état d'équilibre par suite de la rupture, près de la peau, d'un ou plusieurs lits d'armatures. En effet, si une armature est rompue à une certaine distance de la peau, l'ensemble se rééquilibre par suite d'une redistribution des contraintes et d'une déformation supplémentaire. Les essais effectués sur des tunnels de même diamètre et de même angle de voussoir, mais ayant des armatures plus ou moins longues, nous ont permis de constater que :

- pour $L \geq L_c$, la rupture affecte les lits d'armatures de la demi-voûte supérieure, toutefois le voussoir de la clé reste toujours intact.
- pour $L < L_c$, il y a soulèvement par la base et par conséquent rupture des armatures de la demi-voûte inférieure.

Ce mécanisme peut être ainsi expliqué :

- lors de l'enlèvement du gabarit dans le cas d'un tunnel dont les armatures sont longues ($L > L_c$), le frottement mobilisé entre la terre et les armatures suffit à équilibrer l'ensemble et par conséquent, les grandes déformations sont empêchées. Les lits d'armatures supérieurs étant les plus sollicités, ils atteignent les premiers la limite de rupture et par conséquent la voûte se rompt "normalement".
- pour ce qui est des voûtes en terre armée à armatures courtes $L < L_c$, le frottement terre-armatures mobilisé est insuffisant et donc la voûte admet des déformations importantes afin de diminuer de diamètre, par suite de quoi les longueurs d'armatures atteindront la valeur critique correspondant au nouveau diamètre; ainsi le frottement sera entièrement mobilisé et l'équilibre final atteint. Les essais ont par ailleurs montré que les déplacements n'affectent pas la base de la voûte et que les voussoirs de la base restent immobiles, sauf au moment de la rupture où, au contraire, il y a soulèvement par la base et rupture des armatures de la voûte inférieure. Ce phénomène quasi dynamique doit être propre aux empilements de rouleaux dans un bâti limité et par conséquent aux modèles bidimensionnels.

REMARQUES : 1°) Dans le cas des ouvrages réels en terre armée, la section de la voûte n'est jamais un cercle entier et ce, en raison des difficultés de mise en place des armatures inférieures. Les efforts développés autour de la galerie seront donc transmis au terrain par l'intermédiaire piedroits et le soulèvement par la base ne pourrait avoir lieu.

2°) La nécessité de définir un autre mode de rupture, intéressant en particulier les ouvrages réels, s'est faite sentir dans la mesure où nous avons pu atteindre des seuils de déformation dépassant 80% sans pour autant avoir une rupture des armatures. Nous reviendrons sur ce problème dans le paragraphe traitant des déformations.

Les planches ci-après montrent les voûtes déformées ou rompues dans les différents cas étudiés.

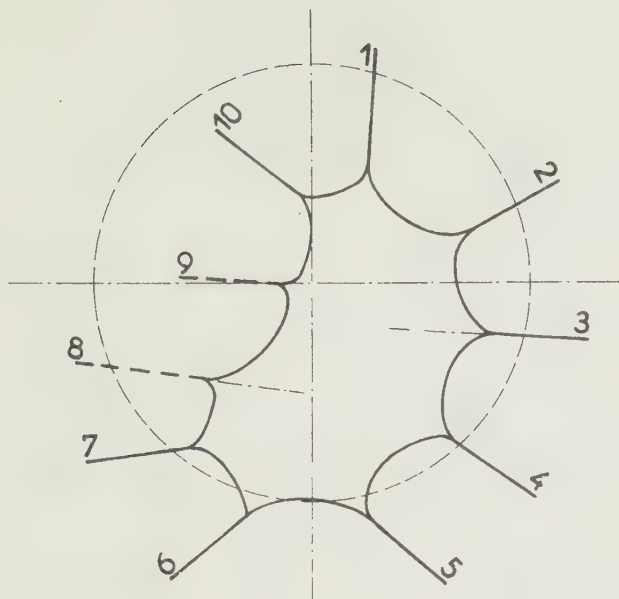


Fig. 2-19-1 — Essai n° 21, charge 0,7 bar

Tunnel $\phi = 12,7$ cm
 $\Theta = 36^\circ$
 $L = 15$ cm
 $L \approx L_c$
 $L_c = 14,5$ cm

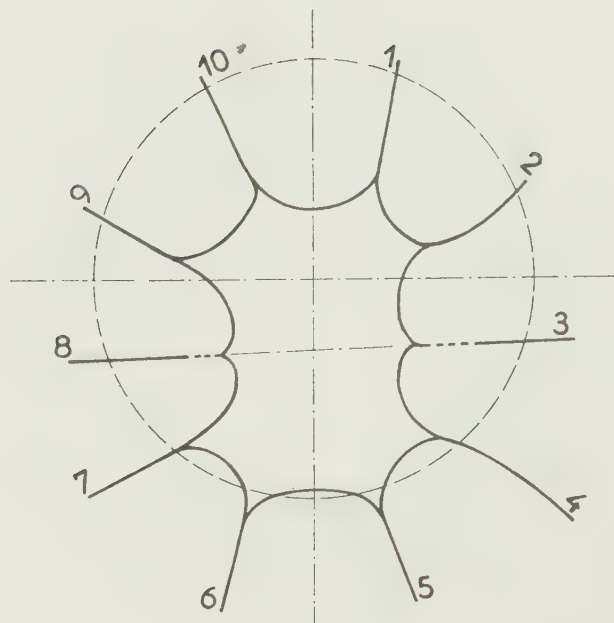


Fig. 2-19-2 — Essai n° 23

Tunnel $\phi = 12,7$ cm
 $\Theta = 36^\circ$
 $L = 10$ cm
 $L < L_c$
 $L_c = 14,5$ cm

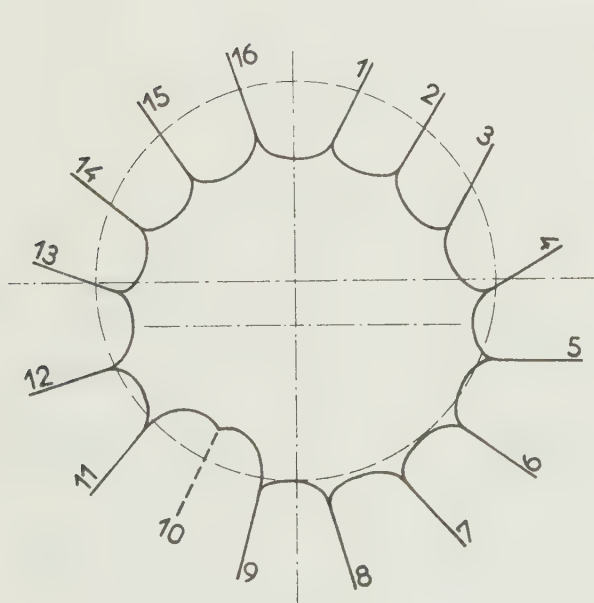


Fig. 2-19-3 — Essai n° 25 bis, charge 0,85 bar

Tunnel $\phi = 12,7$ cm
 $\Theta = 22^\circ 30'$
 $L = 5$ cm
 $L < L_c$
 $L_c = 9$ cm

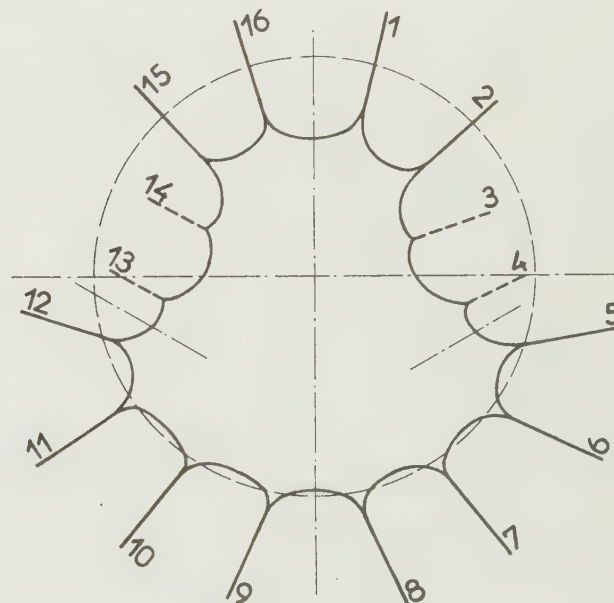


Fig. 2-19-4 — Essai n° 26, charge 0,9 bar

Tunnel $\phi = 12,7$ cm
 $\Theta = 22^\circ 30'$
 $L = 10$ cm
 $L \geq L_c$
 $L_c = 9$ cm

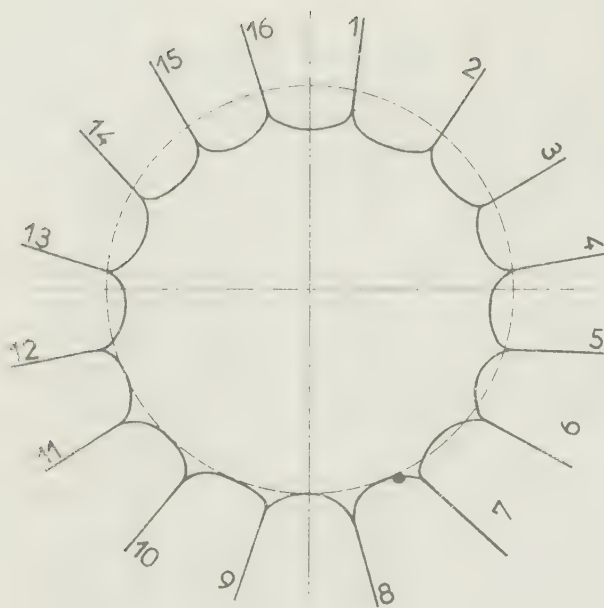


Fig. 2-19-5 — Essai n° 27, charge 0,95 bar

Tunnel $\phi = 12,7$ cm $L = 12,5$ cm
 $\Theta = 22^\circ 30'$ $L > L_c$
 $L_c = 9$ cm

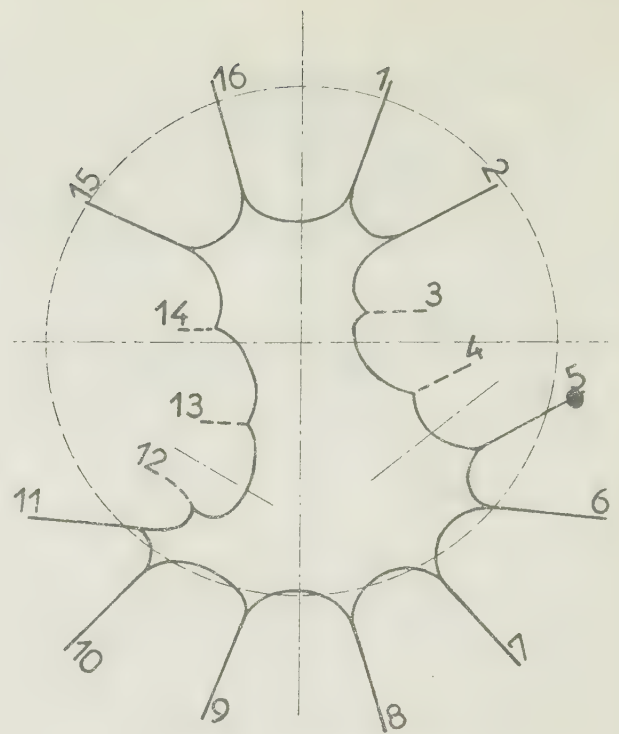


Fig. 2-19-6 — Essai n° 27, charge 1,1 bar

Tunnel $\phi = 12,7$ cm $L = 12,5$ cm
 $\Theta = 22^\circ 30'$ $L > L_c$
 $L_c = 9$ cm

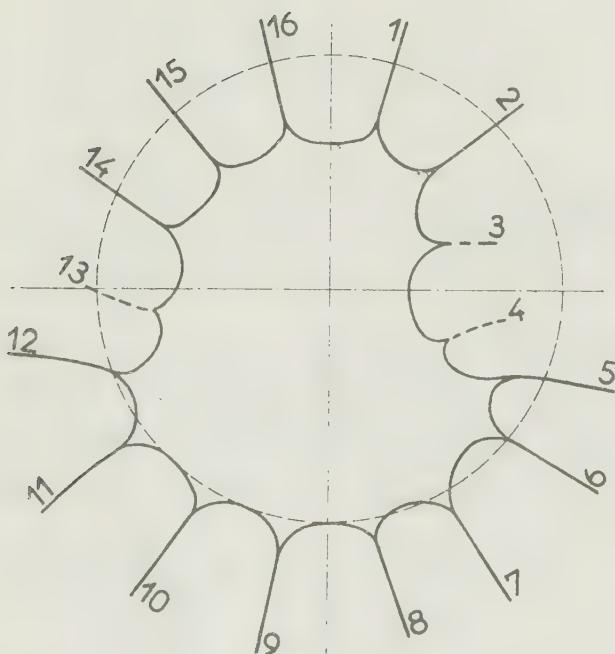


Fig. 2-19-7 — Essai n° 28, charge 1,2 bar

Tunnel $\phi = 12,7$ cm $L = 15$ cm
 $\Theta = 22^\circ 30'$ $L > L_c$
 $L_c = 9$ cm

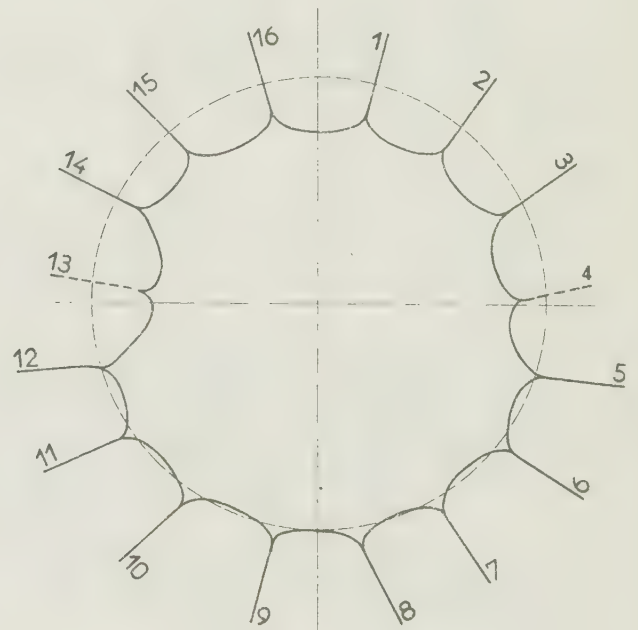


Fig. 2-19-8 — Essai n° 34, charge 0,5 bar

Tunnel $\phi = 15,3$ cm $L = 10$ cm
 $\Theta = 22^\circ 30'$ $L \approx L_c$
 $L_c = 10$ cm

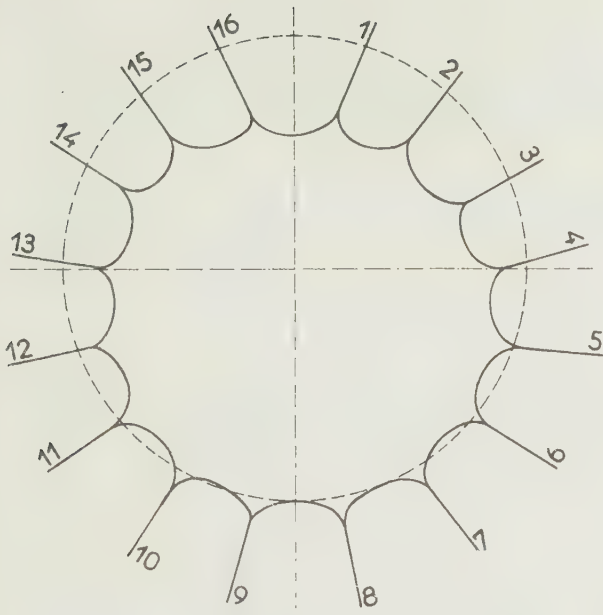


Fig. 2-19-9 — Essai n° 35, charge 0,6 bar

Tunnel $\phi = 15,3$ cm
 $\Theta = 22^{\circ}30'$
 $L = 5$ cm
 $L < L_c$
 $L_c = 10$ cm

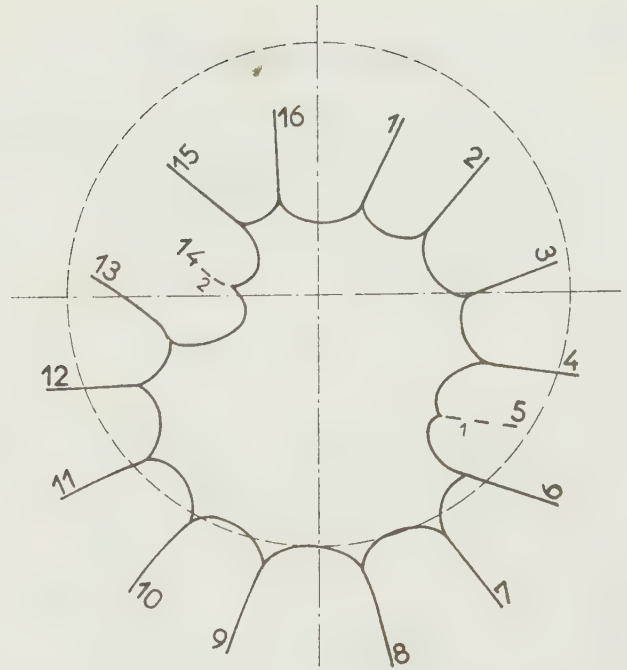


Fig. 2-19-10 — Essai n°35, charge 0,9 bar

Tunnel $\phi = 15,3$ cm
 $\Theta = 22^{\circ}30'$
 $L = 5$ cm
 $L < L_c$
 $L_c = 10$ cm

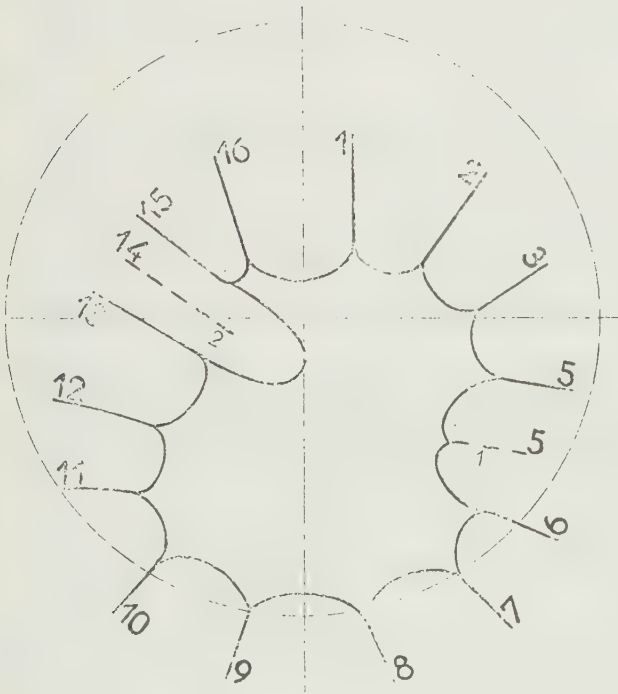


Fig. 2-19-11 — Essai n° 35, charge 1 bar

Tunnel $\phi = 15,3$ cm
 $\Theta = 22^{\circ}30'$
 $L = 5$ cm
 $L < L_c$
 $L_c = 10$ cm

2542.- Distribution des contraintes

La détermination expérimentale des contraintes autour de la voûte et le long des parois du bâti (montants, base) est effectuée par l'intermédiaire des capteurs à friction (2113).

Examinons la distribution des contraintes autour de la galerie et le long des parois.

1°) Contraintes dans les voussoirs (autour de la galerie)

La mise en place, dans le corps du tunnel, des capteurs d'une part perpendiculaires aux rayons de la voûte et d'autre part dans leurs prolongements, a permis de mesurer les contraintes radiales et tangentiels dans les voussoirs (fig.2-8).

Les mesures faites sur différents modèles ont donné les résultats suivants :

- les contraintes radiales sont très faibles, voir nulles sur les éléments de peau. Elles croissent le long du voussoir pour atteindre un palier correspondant à la charge appliquée par unité de surface au-delà du corps du tunnel pour les mesures faites sur les voussoirs dont l'axe est horizontal. Dans le cas des mesures faites sur l'axe vertical de la voûte, la contrainte radiale σ_R croît à l'intérieur du voussoir et décroît ensuite proportionnellement à la hauteur h de la surcharge (fig.2-20)
- les contraintes tangentiels, plus faibles en dehors du corps du tunnel, sont plus fortes que les contraintes radiales à l'intérieur des voussoirs. Elles admettent en outre un maximum, à l'intérieur du corps du tunnel et à une certaine distance des éléments de peau (parement de la voûte)

Nous retrouvons ainsi les distributions de contraintes, données par différents auteurs et en particulier MANDEL, autour d'un tunnel cylindrique.

Dans le cas où les contraintes σ_R et σ_T sont principales, c'est-à-dire pour le voussoir de la clé dont l'axe est vertical, nous avons :

$$\frac{\sigma_T}{\sigma_R} = K, K \text{ étant le coefficient de la terre égal à } K_0 \text{ au repos et passant}$$

à K_a ou K_p , suivant que l'état de rupture finale est en poussée ou en butée. Les essais ont montré que, dans le cas des voûtes en terre armée, K est à la limite égal à K_p . Donc, à l'intérieur des voussoirs, la terre est en état de butée. Les figures 2-21 donnent l'évolution du coefficient K pour différents cas.

REMARQUE : Par analogie, nous appellerons K le rapport $\frac{\sigma_T}{\sigma_R}$, quel que soit le voussoir considéré.

σ_R

Fig. 2 - 20-1 — Evolution des contraintes radiale et tangentielle le long de l'axe vertical de la voute en terre armée

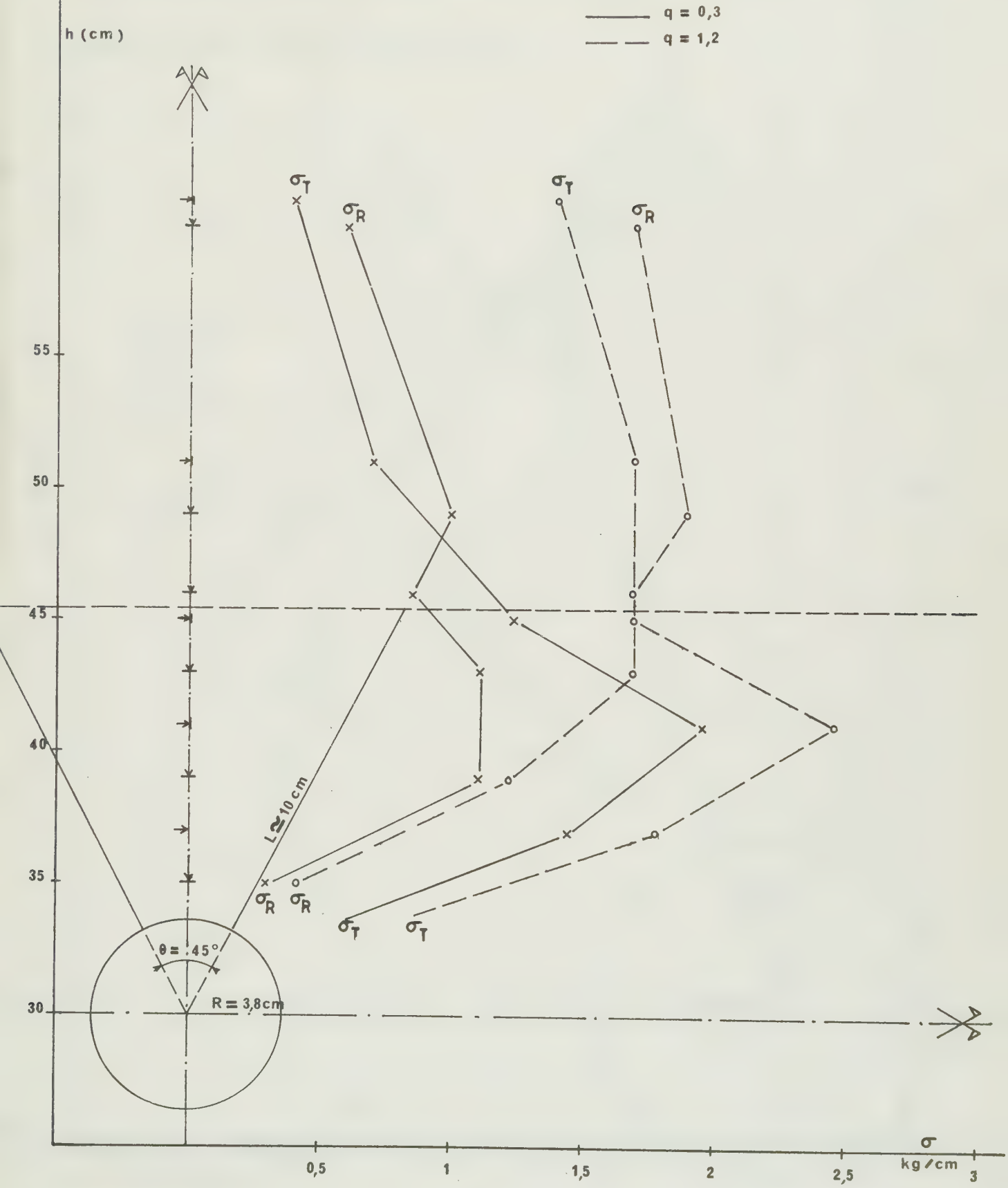
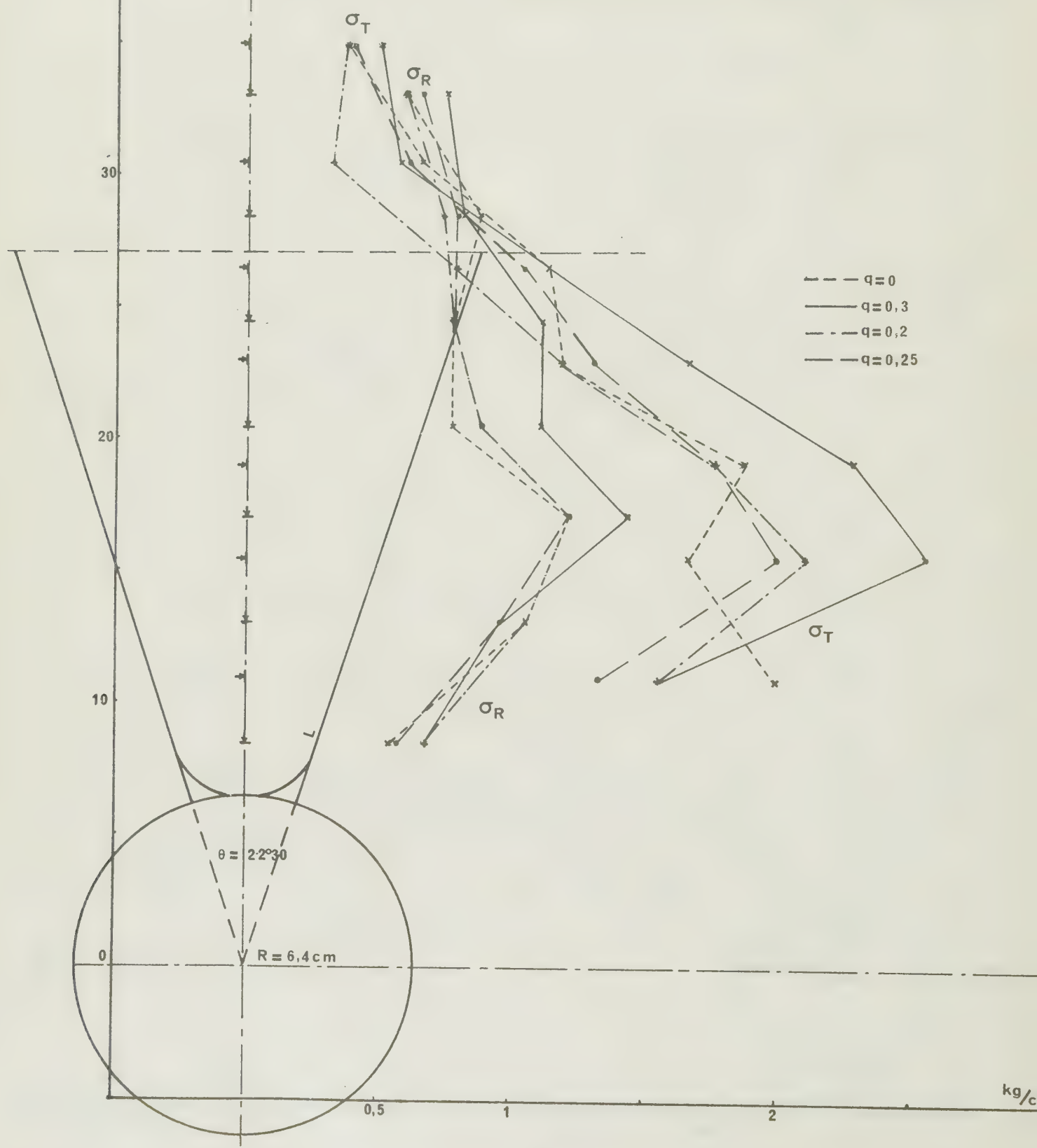
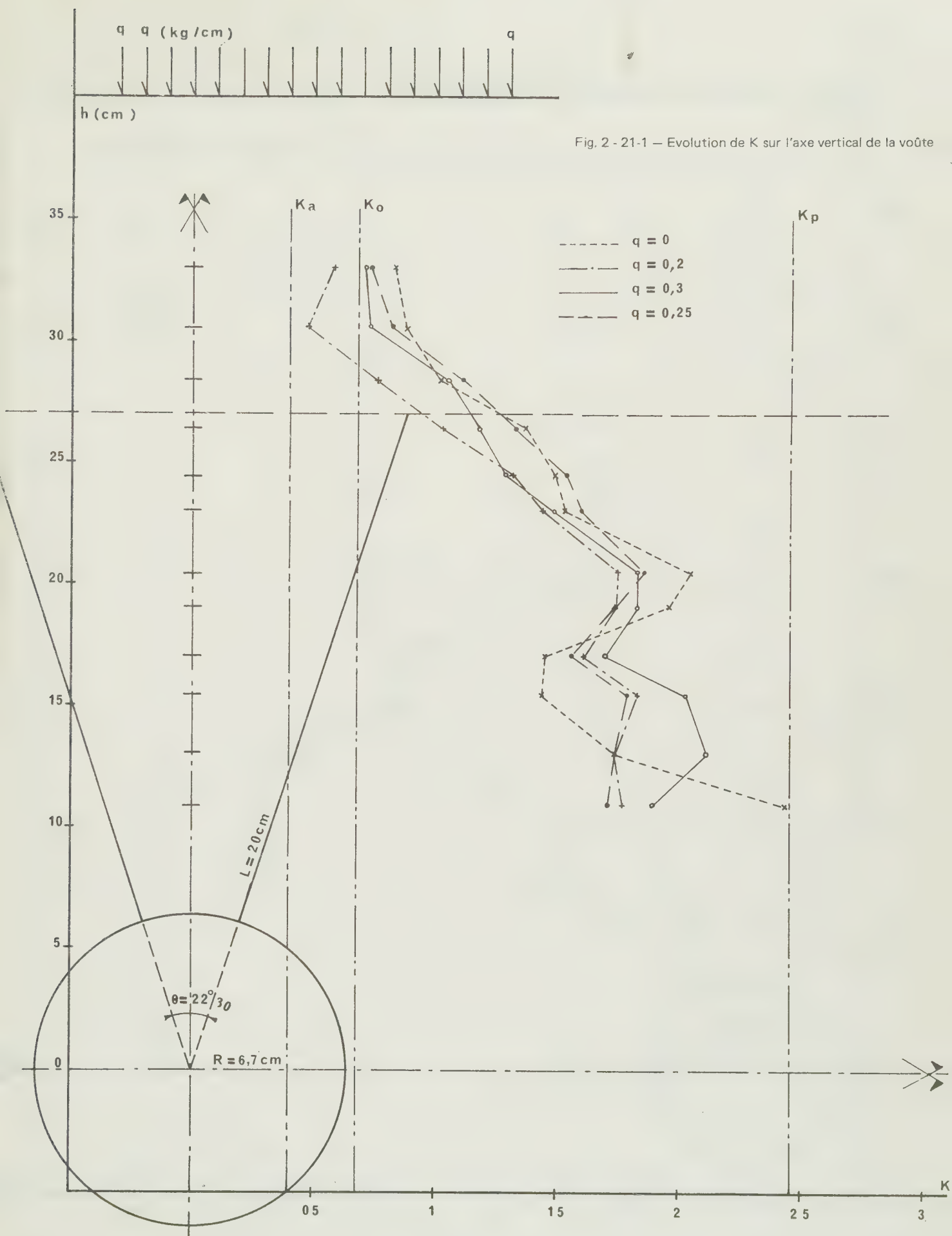




Fig. 2 - 20-2 — Evolution des contraintes le long de l'axe vertical de la voûte

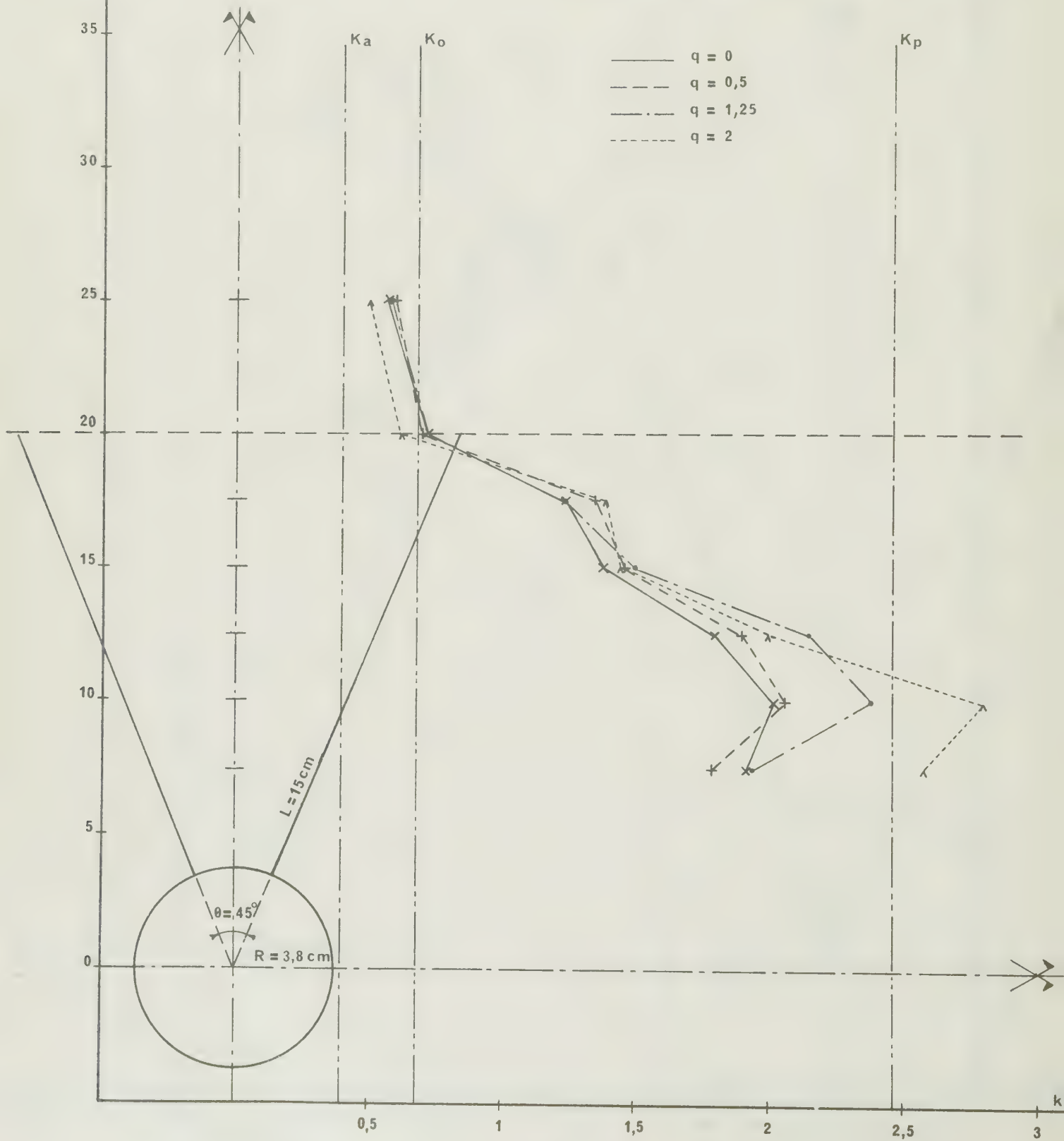




montant gauche du bati

b (cm)

Fig. 21-21-2 — Evolution de K sur l'axe horizontal du tunnel - côté gauche



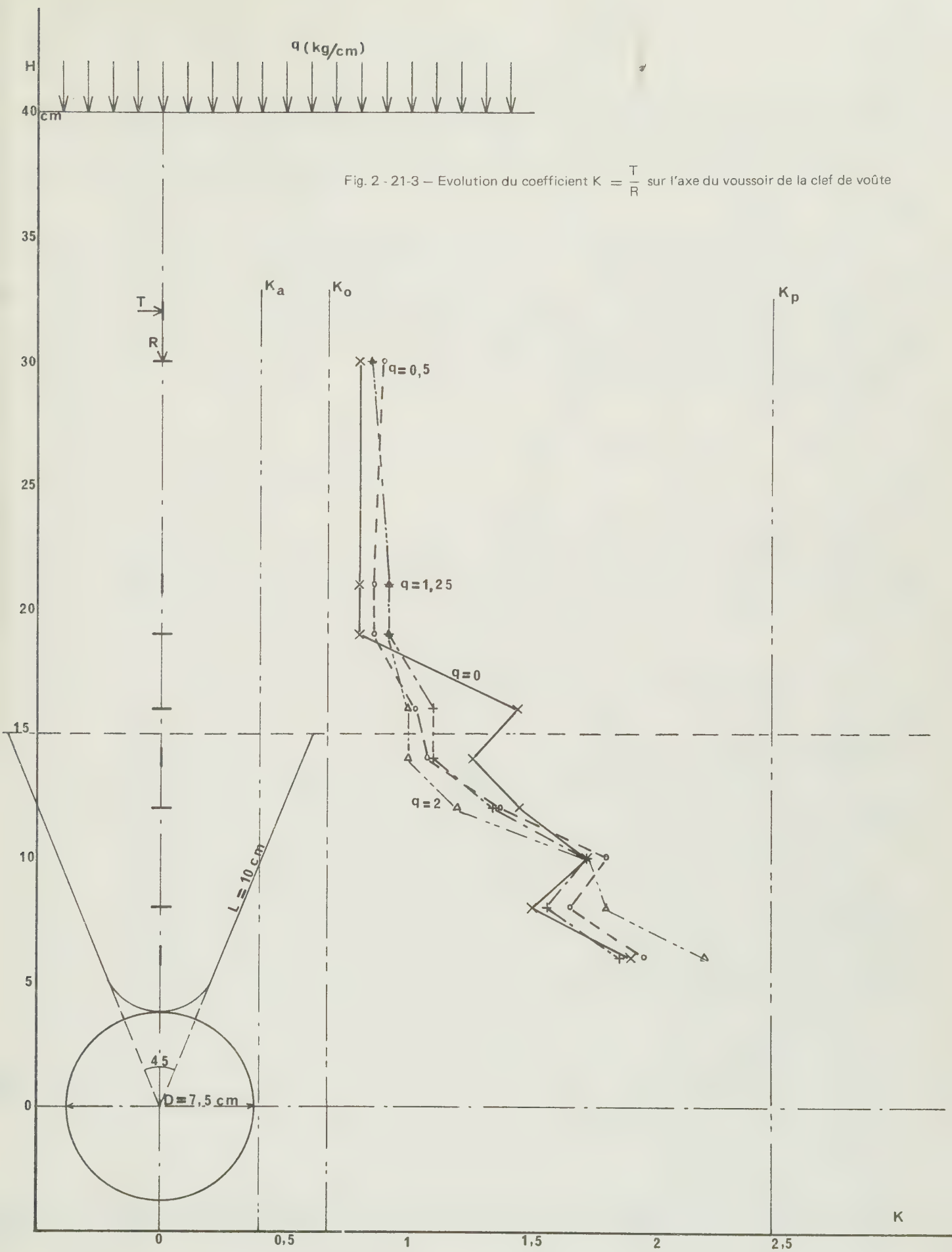
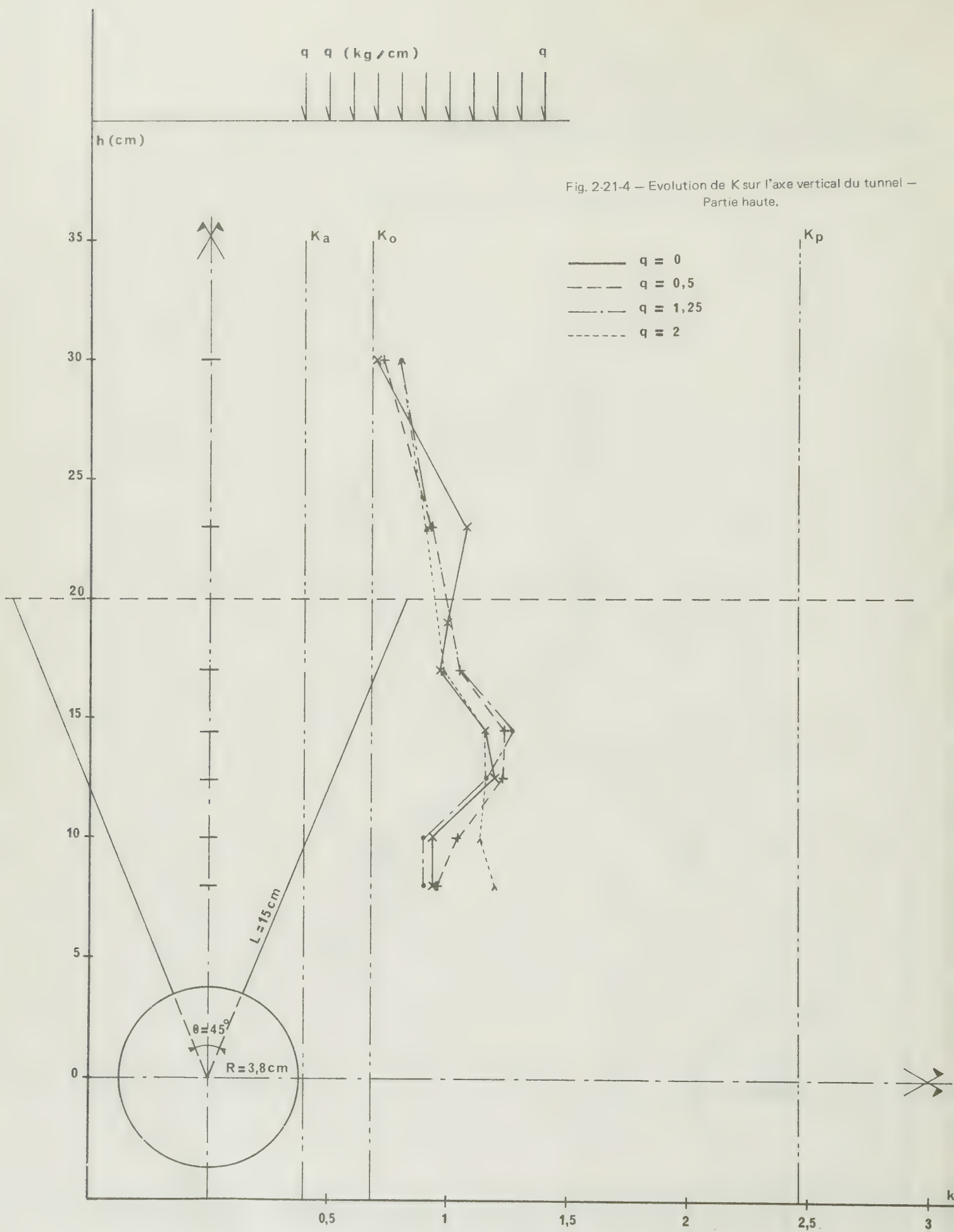


Fig. 2 - 21-3 — Evolution du coefficient $K = \frac{T}{R}$ sur l'axe du voussoir de la clef de voûte



2°) Contraintes le long des armatures

Comme nous l'avons vu dans les chapîtres précédents, il nous a été impossible de déterminer, d'une manière expérimentale, les forces de traction dans les armatures. Nous connaissons seulement cette force à la rupture. Pour ce qui est des charges normales aux armatures, leur détermination découle de mesures faites sur des capteurs placés sur ou sous un lit d'armatures.

Les mesures ainsi faites nous ont montré l'existence d'un maximum correspondant à la longueur aL (avec $0 < a < 1$) - cf. étude théorique - Cependant, les difficultés d'ordre pratique (dimensions importantes des capteurs par rapport à la longueur d'armature, difficulté de mise en place, modification du coefficient de frottement terre-armatures), nous ont contraints d'arrêter la poursuite des études sur ce sujet. Mais nous pensons qu'il est important d'y revenir lors des essais sur modèle tridimensionnel.

3°) Contraintes le long des parois rigides du bâti

a) Cas d'un bâti plein

La figure 2-22 nous montre que, d'une part, la distribution des contraintes sur la base du bâti est quasiment uniforme (aux erreurs de mesure près), et d'autre part, que la pression horizontale appliquée sur les deux montants suit assez régulièrement l'incidence de γh . Remarquons aussi la concordance relativement bonne entre les résultats de mesures et les valeurs théoriques en ce qui concerne la base.

b) Cas du bâti avec une voûte au sein de l'empilement Fig 2-23, 2-24

L'introduction, à l'intérieur de l'empilement, d'une voûte en terre armée, doit perturber la distribution des contraintes sur la base et les montants du bâti. Nous avons pu vérifier expérimentalement ce phénomène et apprécier le degré de la perturbation en fonction du rayon de la voûte. En effet, pour des modèles de voûtes de faibles rayons, cette perturbation est minime et peut être négligée (fig 2-23), tandis que les voûtes dont le rayon est important vis à vis de la largeur du bâti influencent sensiblement la distribution des contraintes aux bords et, par voie de conséquence, l'effet de bord perturbe d'une manière importante le comportement d'un modèle de voûte en terre armée à grand rayon. Nous avons donc défini un rayon maximum pour les essais sur le bâti bidimensionnel. La comparaison des figures 2-22 2-23 et 2-24 donne une certaine idée sur ce problème. La distribution des contraintes est en effet franchement perturbée pour le tunnel de rayon 19,2cm tandis que l'influence du tunnel de rayon 7,5 cm est négligeable.



Fig. 2 - 22 — Distribution des contraintes le long des parois rigides - bâti plein .

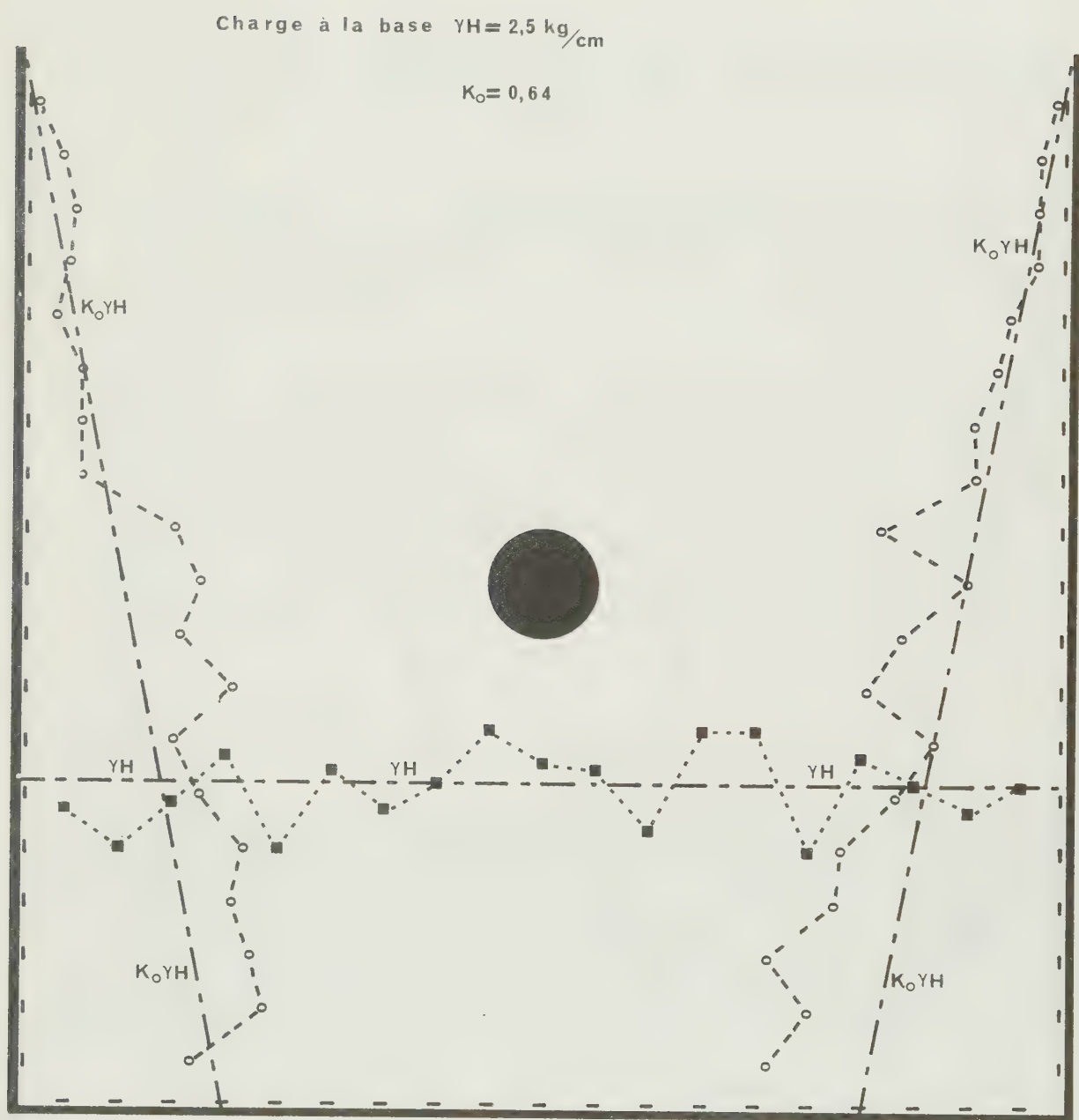


Fig. 2 - 23 — Distribution des contraintes le long des parois rigides - bâti avec tunnel $\phi = 7,5 \text{ cm}$.

Charge à la base $YH = 2,5 \text{ kg/cm}$

$K_0 = 0,64$

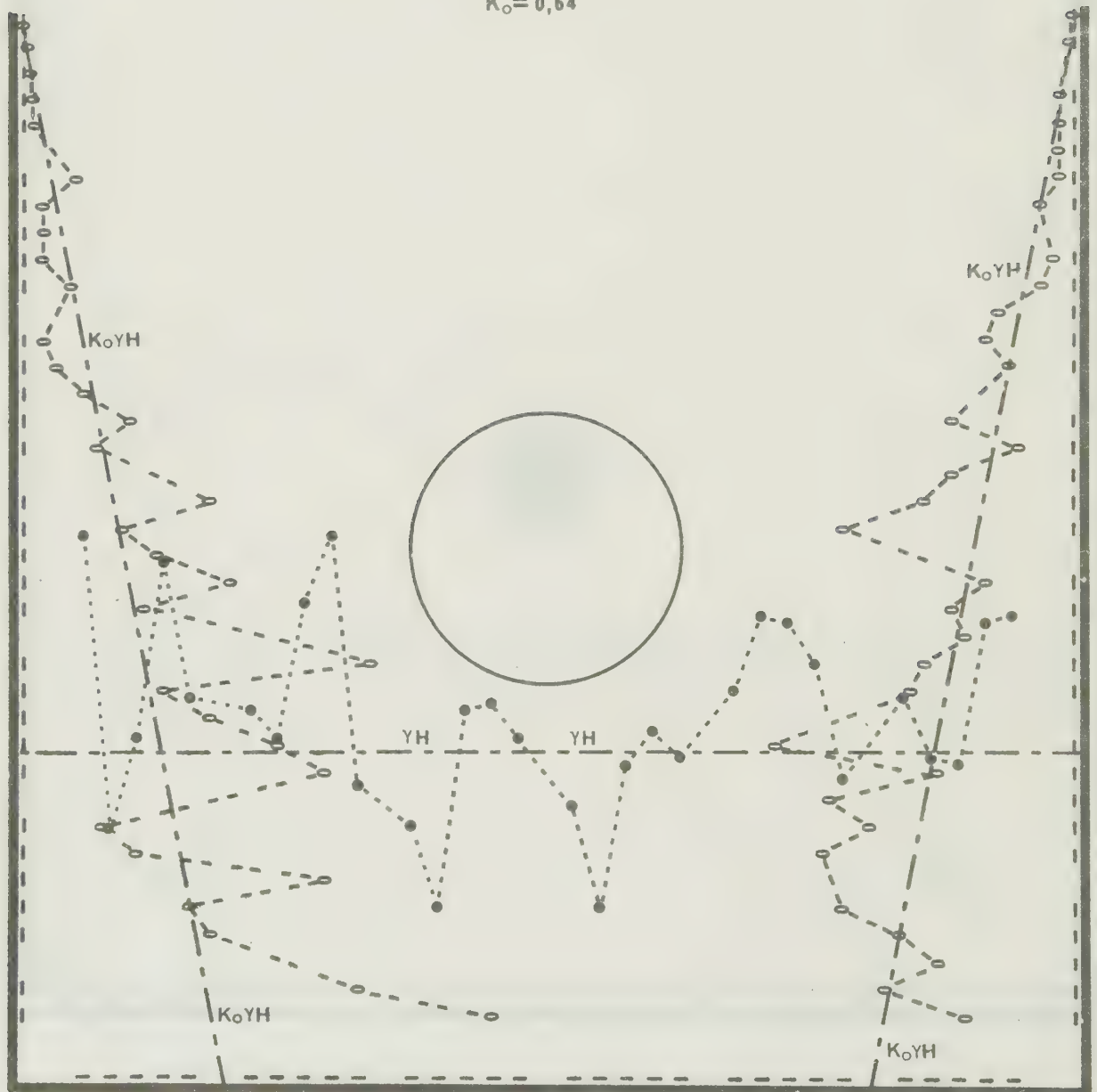


Fig. 2-24 — Distribution des contraintes le long des parois rigides - bâti avec tunnel $\phi = 19,2 \text{ cm}$.

CONCLUSIONS

De tout ce qui vient d'être exposé, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- 1.) La "terre" contenue à l'intérieur des voussoirs est en état de butée et les fortes contraintes développées tangentiellement au parement de la voûte contribuent à équilibrer l'ensemble et par conséquent à le rendre stable.
- 2.) C'est le voussoir de la clé de voûte qui est le moins sollicité et ce, quelle que soit la charge appliquée. Nous n'avons d'ailleurs jamais observé un effondrement de la voûte dû à la rupture des armatures du voussoir de clé.
- 3.) Les plus grandes sollicitations affectent les voussoirs de la partie inférieure pour $L < L_c$ et les voussoirs situés de part et d'autre du voussoir de clé pour $L \geq L_c$. Par conséquent, dans le cas d'un ouvrage réel, qui est semi-circulaire, les armatures les plus sollicitées sont celles faisant un angle entre 30° et 60° avec l'horizontale.
- 4.) Les figures 2- 25 montrent que l'hypothèse selon laquelle la voûte est soumise à une pression uniforme n'est pas tout à fait vérifiée, et par conséquent, la résolution du problème de l'équilibre de l'ensemble par le biais de l'étude de l'équilibre d'un seul voussoir n'est qu'une approximation. Mais en considérant le voussoir le plus sollicité, le calcul peut être utile et valable, tout en restant relativement simple. Il faut aussi remarquer qu'une amélioration du mode de calcul, aura pour conséquence l'utilisation des armatures ayant des caractéristiques (longueur, résistance) différentes pour différents lits. Ceci diminuera, bien entendu le coût de l'ouvrage.

2544.- Etude des déformations

Un des avantages des ouvrages en terre armée est leur grande souplesse, et par conséquent leur aptitude à se déformer sans se rompre. Ceci explique l'importance des études de déformations nécessaires à la connaissance parfaite du comportement de ces ouvrages. Pour ce qui est des voûtes en terre armée, nous avons vu précédemment que les déformations dépendaient des différents paramètres et en particulier de la longueur des armatures et de l'angle des voussoirs. Nous avons ainsi pu définir deux gammes de tunnels, l'une ne pouvant subir que des faibles déformations, tandis que l'autre était en mesure d'admettre des déformations très grandes de telle sorte qu'il nous a fallu définir une limite admissible de déformation. Nous examinerons tout cela dans ce paragraphe.

Fig. 2 - 25 — Distribution des contraintes autour de la voûte

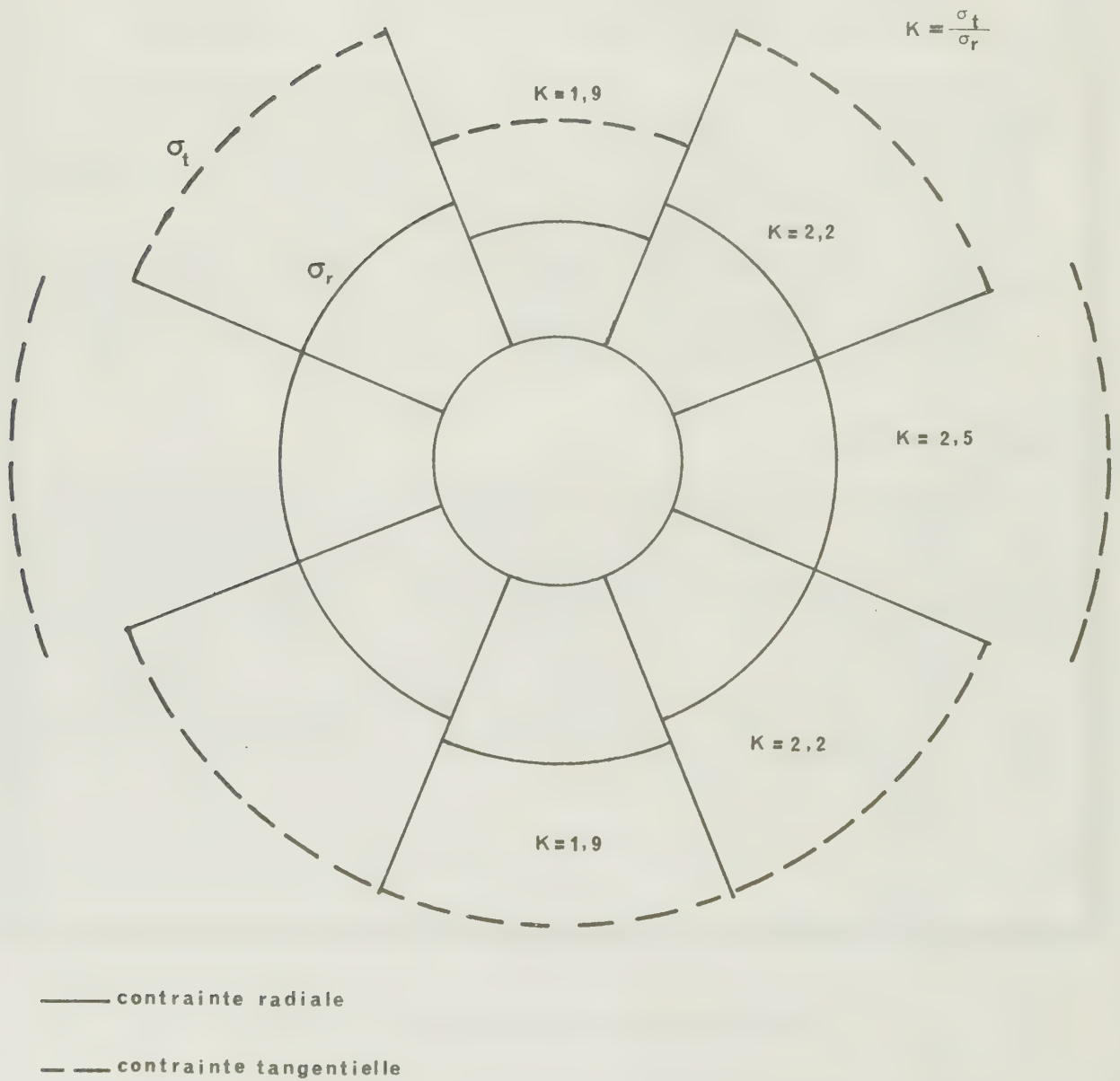
$$R = 3,75 \text{ cm}$$

$$L = 10 \text{ cm}$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$p + q = 3,3 \text{ kg/cm}$$

points de mesures situés à 5 cm de la peau
origine des contraintes fixée à la peau



Les mesures de déformations ont été effectuées à l'aide d'un pied à coulisse, suivant le schéma ci-après.

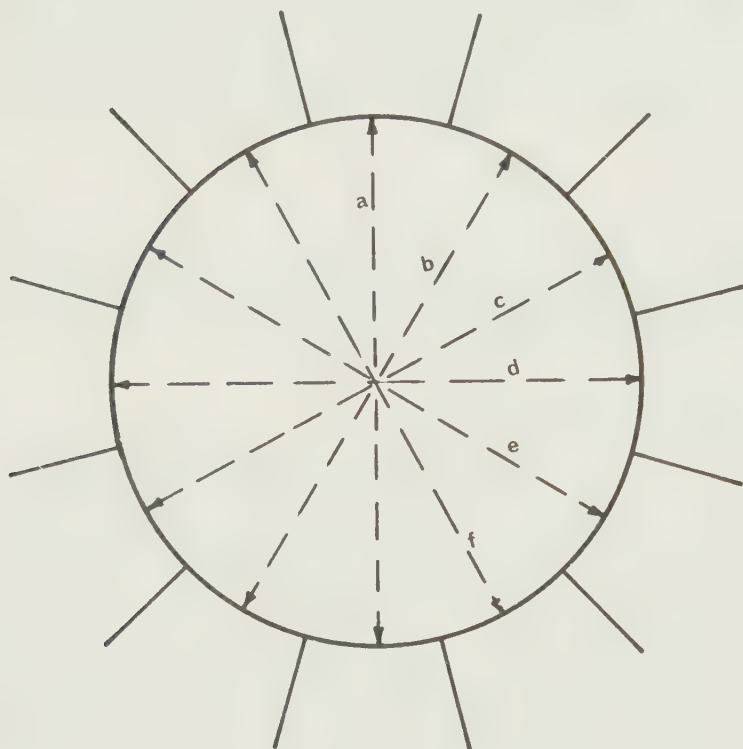


Fig. 2 - 26

1.- Etude des déformations relatives (figures 2-27)

Dans ce paragraphe, nous étudierons les déformations d'une voûte en terre armée suivant les différents axes (vertical, horizontal, obliques) et ce en fonction : du mode de l'empilement, de la longueur des armatures et de l'angle θ du voussoir.

a) Influence du mode de l'empilement sur les déformations.

Les figures 2-27-1 et 2-27-2 sont relatives à deux essais identiques mais pour lesquels l'enlèvement du gabarit a été fait à des époques différentes dans la construction du modèle. Dans le premier essai, le gabarit de la voûte a été enlevé aussitôt après la construction de cette dernière. Dans le deuxième essai le gabarit n'a été enlevé qu'à la fin de la construction du remblai au-dessus de la voûte. Autrement dit, dans le premier essai, la voûte s'est fortement aplatie à la clé et la déformée n'est plus un cercle, dans le second essai par contre, la déformée est approximativement circulaire.

Ceci montre qu'une certaine hauteur de remblai, mis en place avant l'enlèvement du gabarit soutenant la voûte en cours de construction, contribue à une meilleure distribution des efforts, et par voie de conséquence, à une meilleure stabilité de l'ensemble.

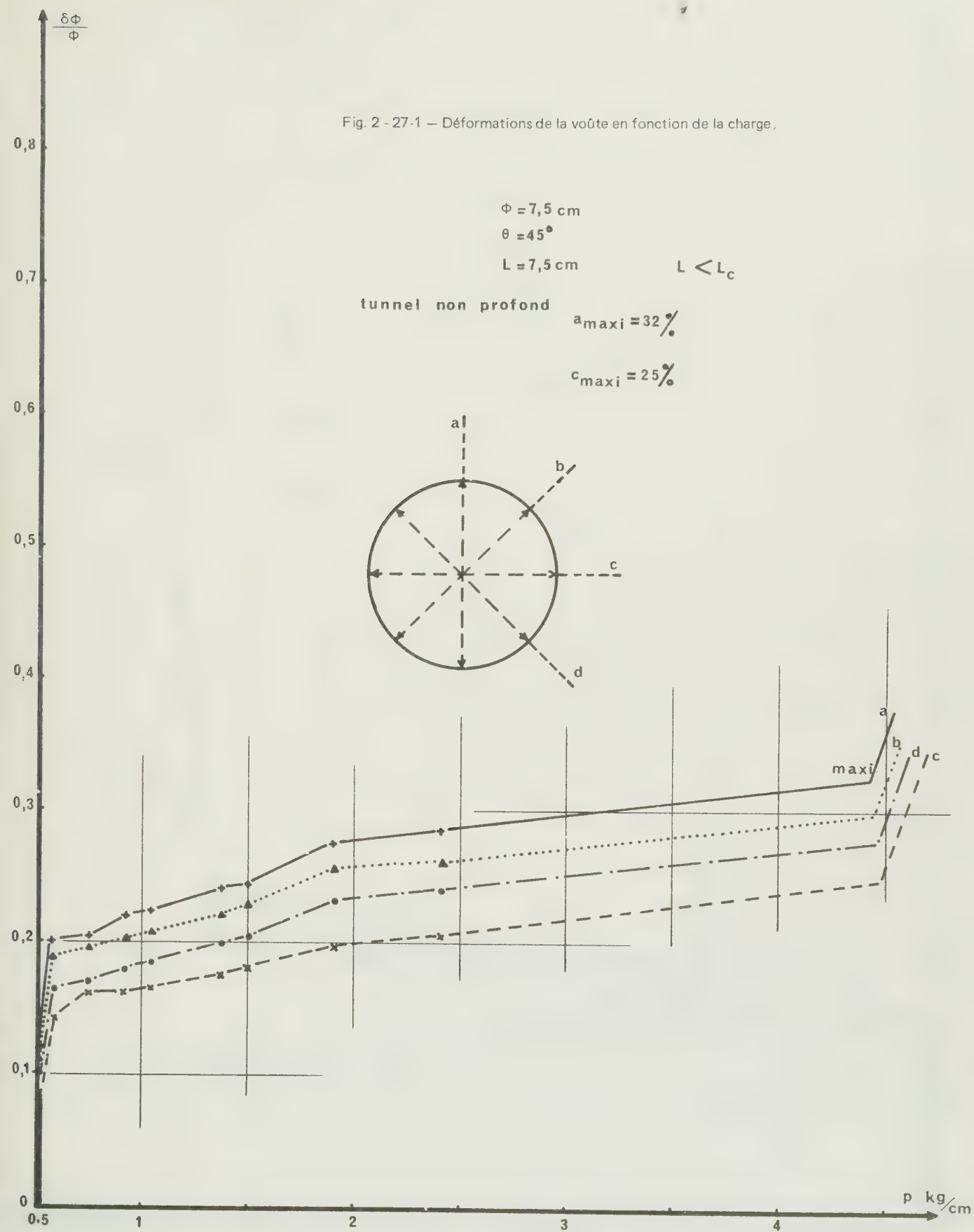
b) Influence de la longueur des armatures

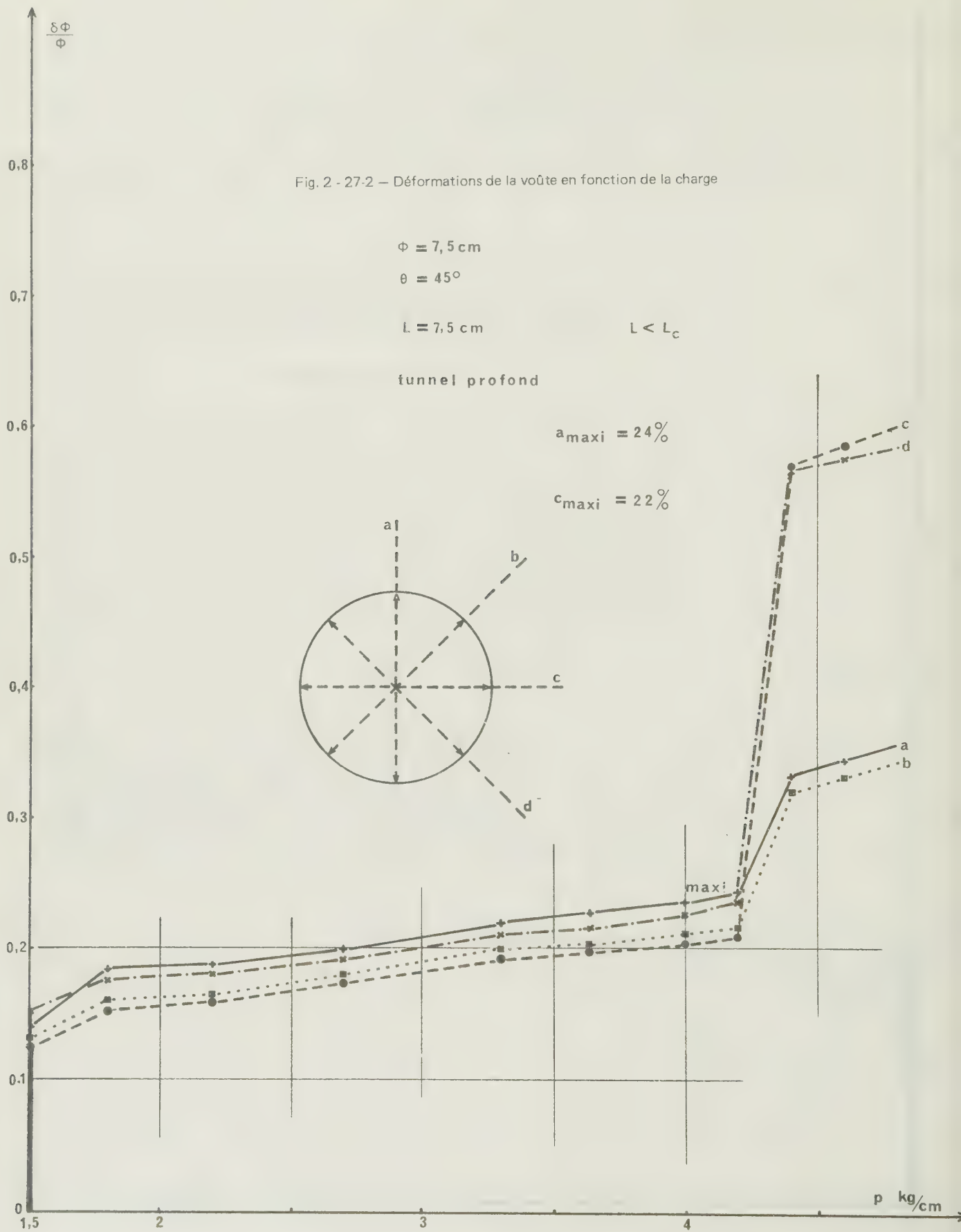
La notion de longueur critique L_c définie précédemment (252) nous conduit à distinguer deux catégories de voûtes en terre armée. C'est la plus ou moins grande aptitude à se déformer sans se rompre qui différencie les voûtes appartenant à l'une ou l'autre des deux catégories. Il existe donc une correspondance biunivoque entre la longueur des armatures et la déformabilité d'une voûte en terre armée. Examinons cette correspondance dans le cas des voûtes profondes. Les tableaux des pages II.43, II.44, II.45, II.46 donnent les déformations relatives moyennes des voûtes de diamètres et angles θ différents, pour différentes charges et différentes longueurs d'armatures. Nous avons par ailleurs, à partir de ces valeurs,

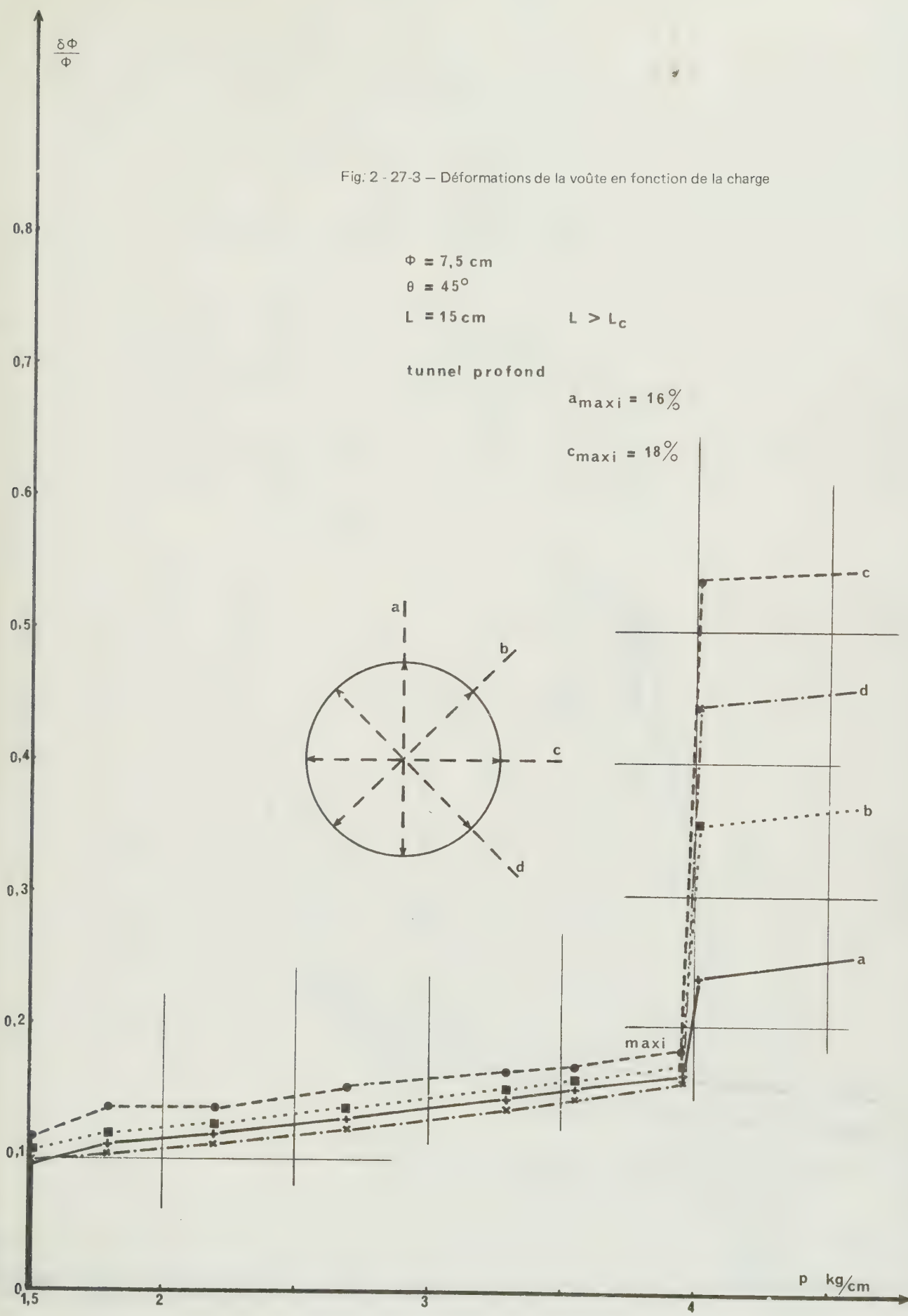
tracé des courbes $\frac{\Delta \phi}{\phi} = f(L)$ et des courbes d'isodéformations. Un phénomène

mérite d'être remarqué dans ces graphiques : il s'agit de l'existence, à partir d'une certaine longueur de l'armature, d'un palier horizontal. Ce qui revient à dire que les déformations sont indépendantes de la longueur des armatures quand celle-ci dépasse un certain seuil. C'est ce seuil qui a été appelé : longueur critique. Notons encore que l'importance de la longueur des armatures contribue à "raidir" l'ensemble et par conséquent à minimiser les déformations. C'est ainsi que les déformations les moins

Fig. 2 - 27-1 — Déformations de la voûte en fonction de la charge.







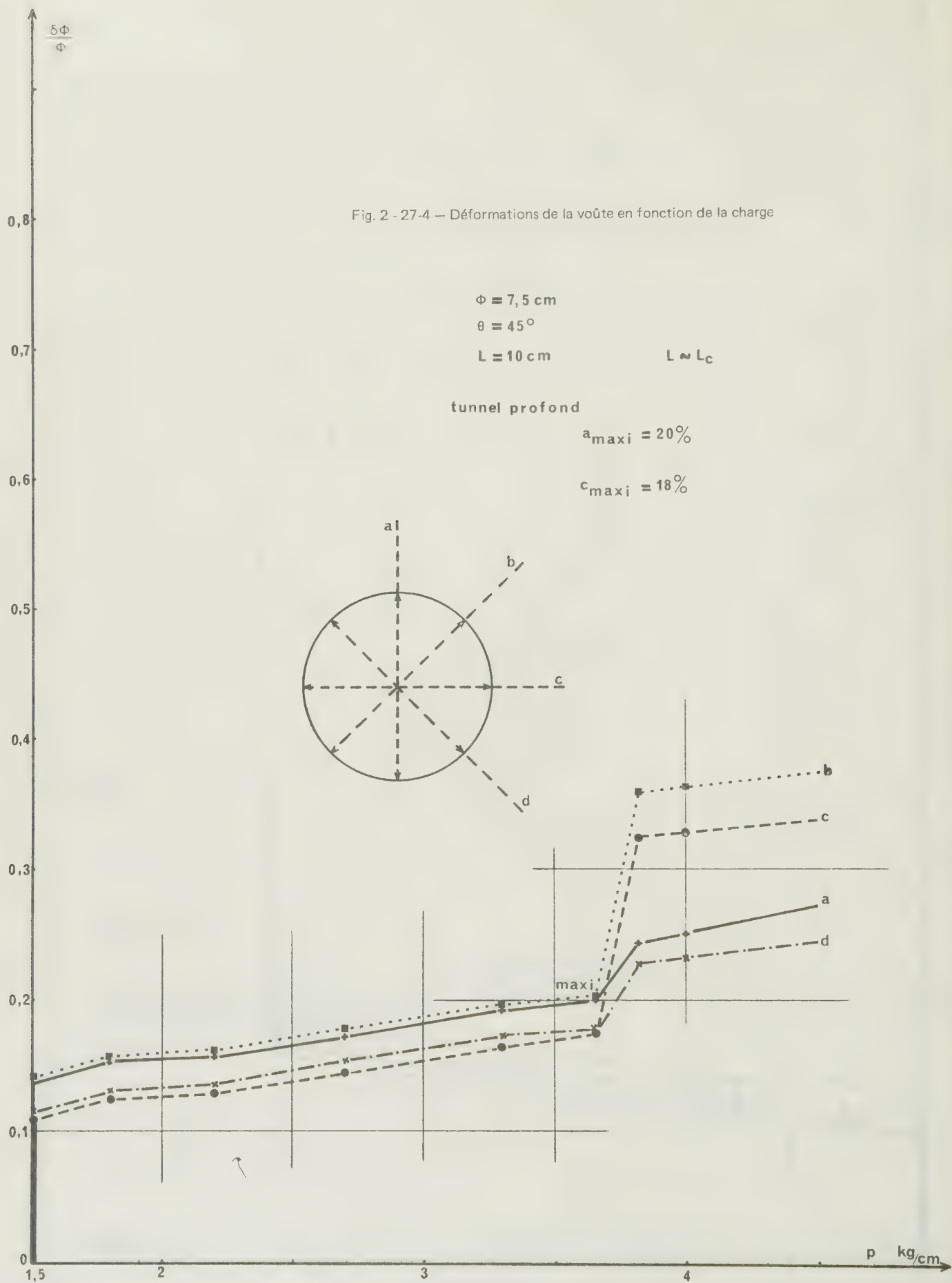
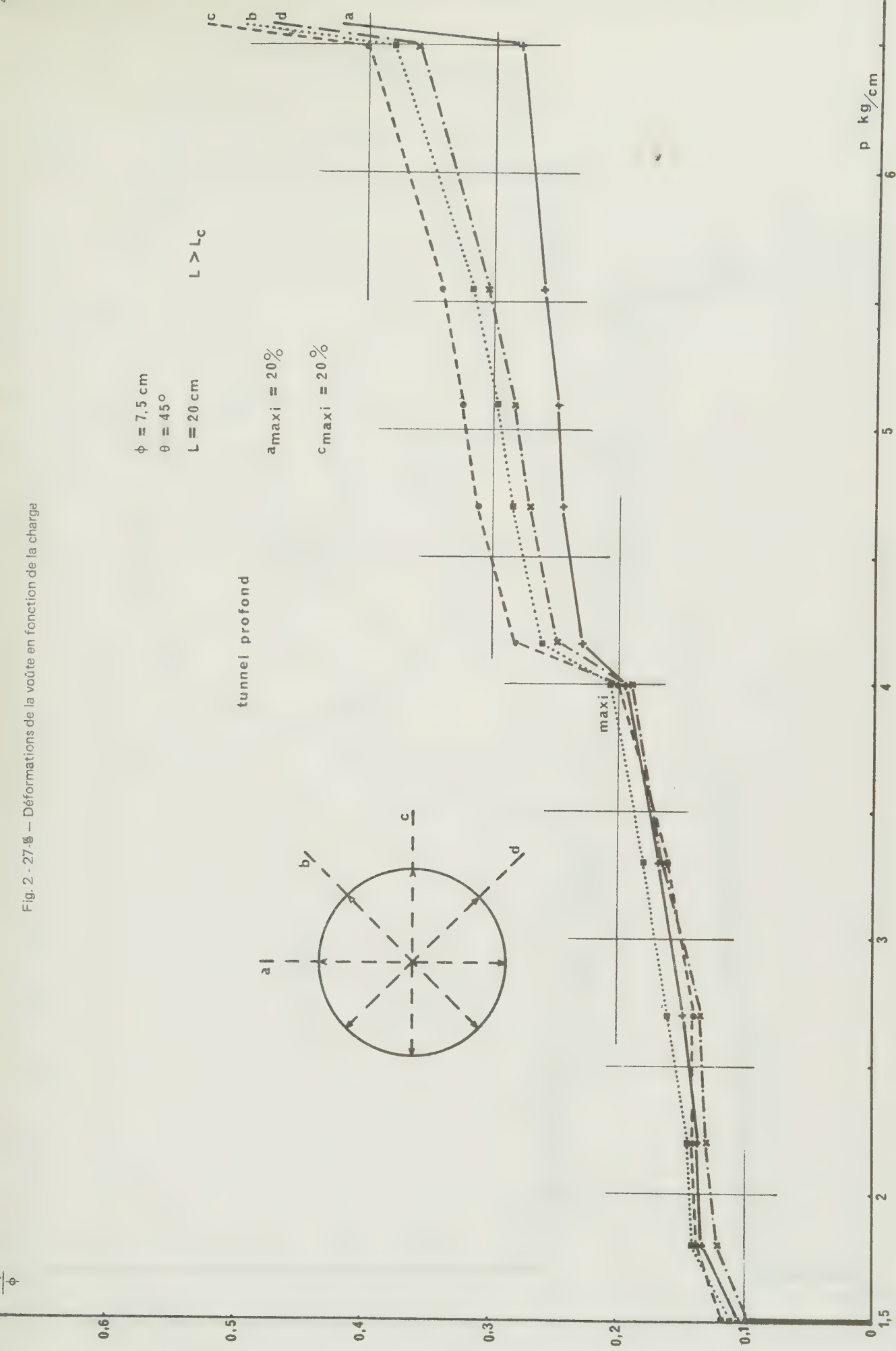


Fig. 2 - 27-8 — Déformations de la voûte en fonction de la charge



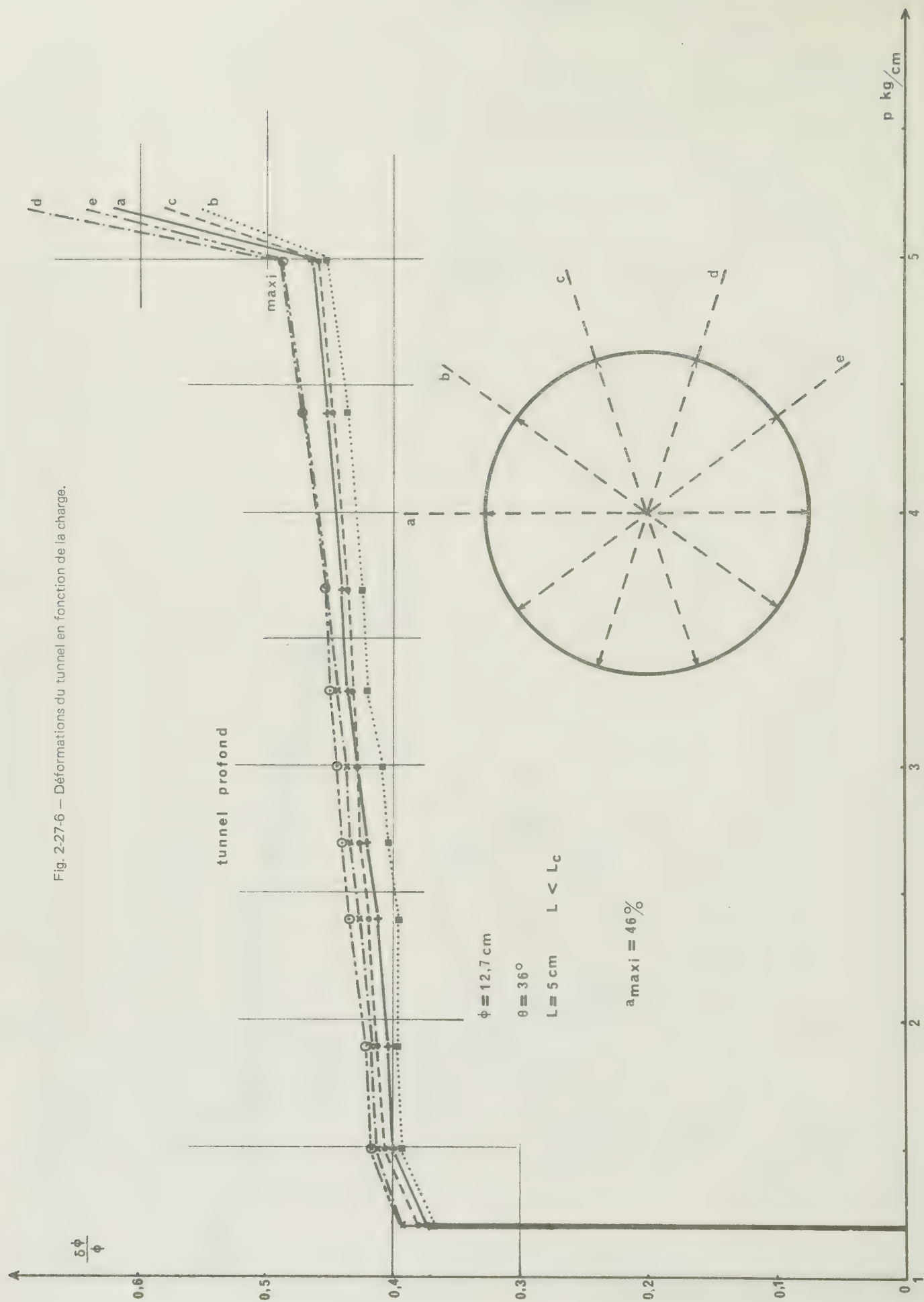
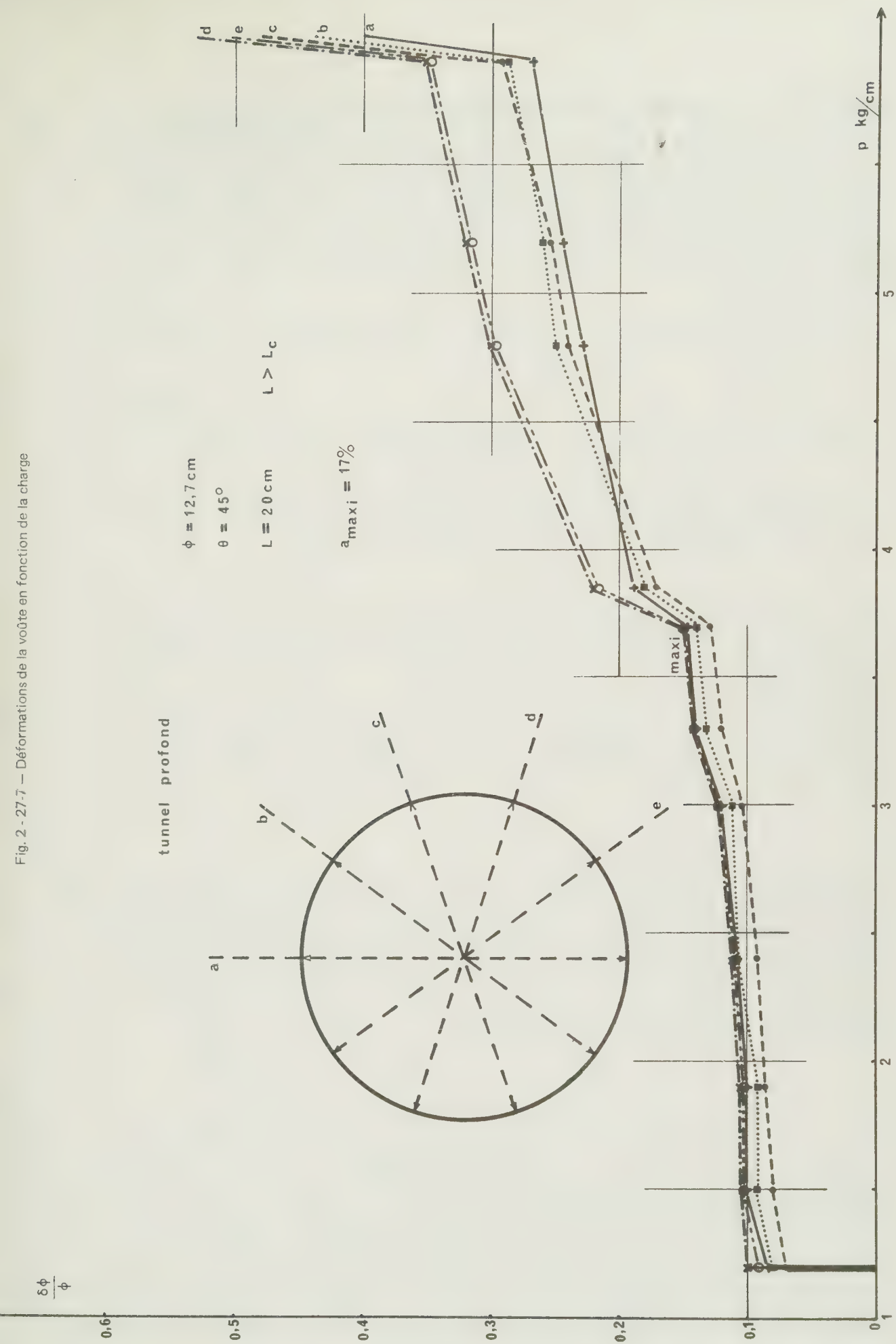


Fig. 2-27-6 — Déformations du tunnel en fonction de la charge.

Fig. 2 - 27.7 — Déformations de la voûte en fonction de la charge



importantes correspondent à des longueurs d'armatures supérieures ou égales à la longueur critique. Pour des longueurs d'armatures inférieures à la longueur critique, les déformations varient effectivement en fonction de celles-ci, figures 2-9, 2-28. Nous pouvons définir ceci comme un phénomène d'autostabilité des voûtes en terre armée. En effet, une voûte dont la longueur des armatures est inférieure à la longueur critique se contracte afin de permettre aux armatures d'atteindre la longueur critique correspondant au nouveau rayon. Nous pouvons schématiser ce phénomène de la manière suivante :

- 1.- La condition nécessaire à l'équilibre d'une voûte en terre armée s'écrit dans sa géométrie initiale :

$$L \geq L_C \quad \text{avec} \quad L_C = A \cdot R \cdot \theta$$

- 2.- Soit un tunnel de rayon R_0 dont les armatures ont une longueur $L_0 < L_{C0}$, or $L_{C0} = A \cdot R_0 \cdot \theta_0$, donc sachant que L_0 et θ_0 sont

invariants, il suffit de comprimer la voûte pour tendre R_0 vers R_1 avec $R_1 < R_0$, afin d'avoir $L_{C1} < L_{C0}$ et par conséquent $L_0 = L_{C1}$, la condition d'équilibre se trouvant ainsi vérifiée.

Les essais effectués sur modèle réduit bidimensionnel ont montré que le déroulement de ce mécanisme est automatique. C'est le phénomène d'autostabilité des voûtes en terre armée, phénomène lié à l'influence des grandes déformations.

L'autostabilité des voûtes en terre armée s'est aussi vérifiée dans le cas des tunnels dont la longueur d'un ou plusieurs lits d'armatures, initialement supérieure à L_C , s'est trouvée inférieure à celle-ci par suite d'une rupture, due à une surcharge, des armatures. (fig. 2-27-5 ; 2-27-7)

c) Influence de l'angle θ du voussoir.

Les essais effectués sur différents modèles de voûte ayant le même rayon nous ont permis de vérifier l'hypothèse suivante : les déformations d'une voûte en terre armée sont une fonction directe de l'angle θ du voussoir élément de la voûte. En effet, à un angle θ grand, correspond un nombre faible de lits d'armatures et par conséquent de grandes déformations.

A la limite, pour $\theta \rightarrow 0$, nous serons en présence d'un tunnel dont le contour est rigide et par conséquent

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} \longrightarrow 0 \text{ aussi.}$$

Fig. 2 - 28-1 — Etude des déformations en fonction de la longueur des armatures

$$\frac{\delta\phi}{\phi} = f(L)$$

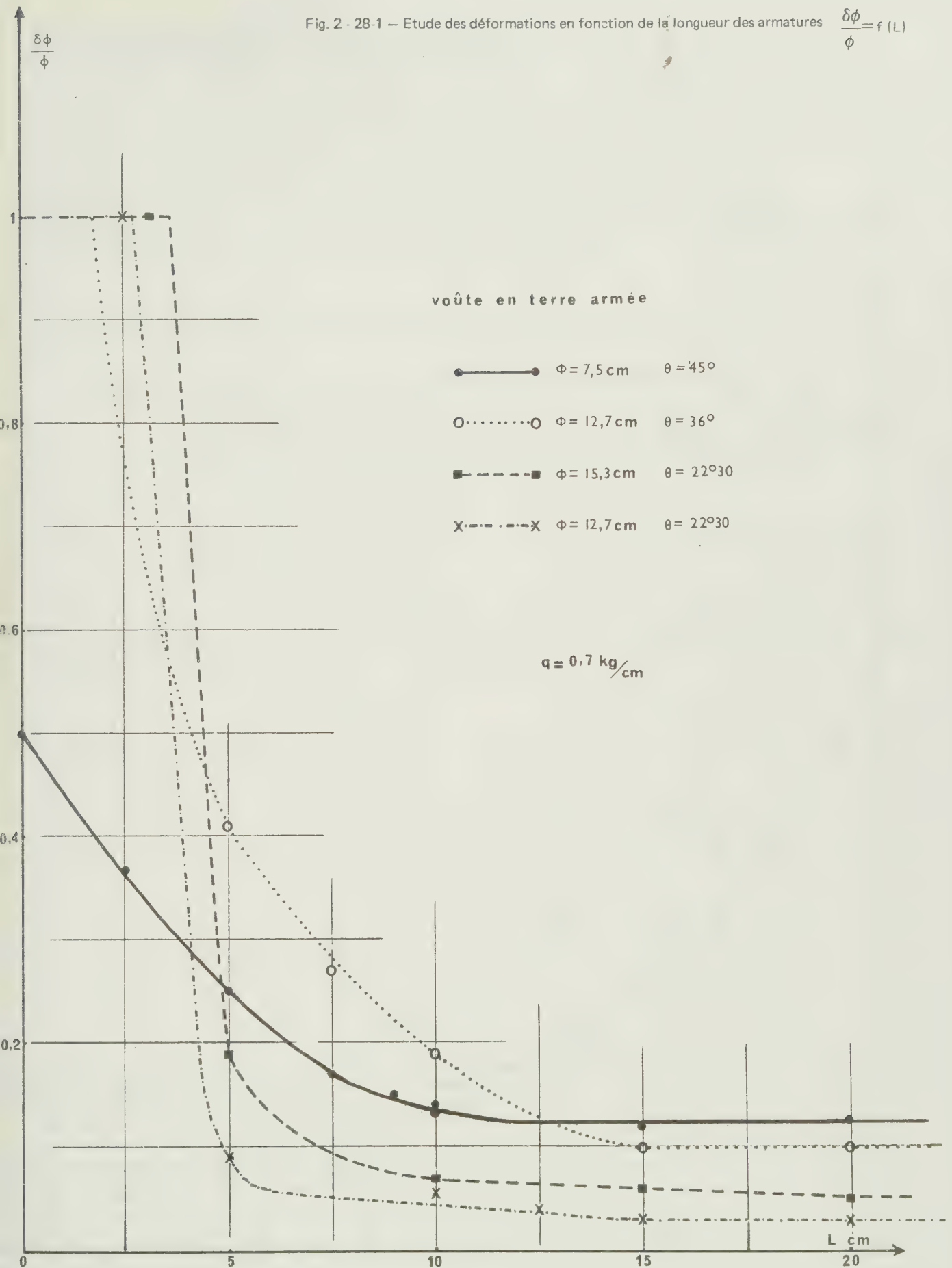
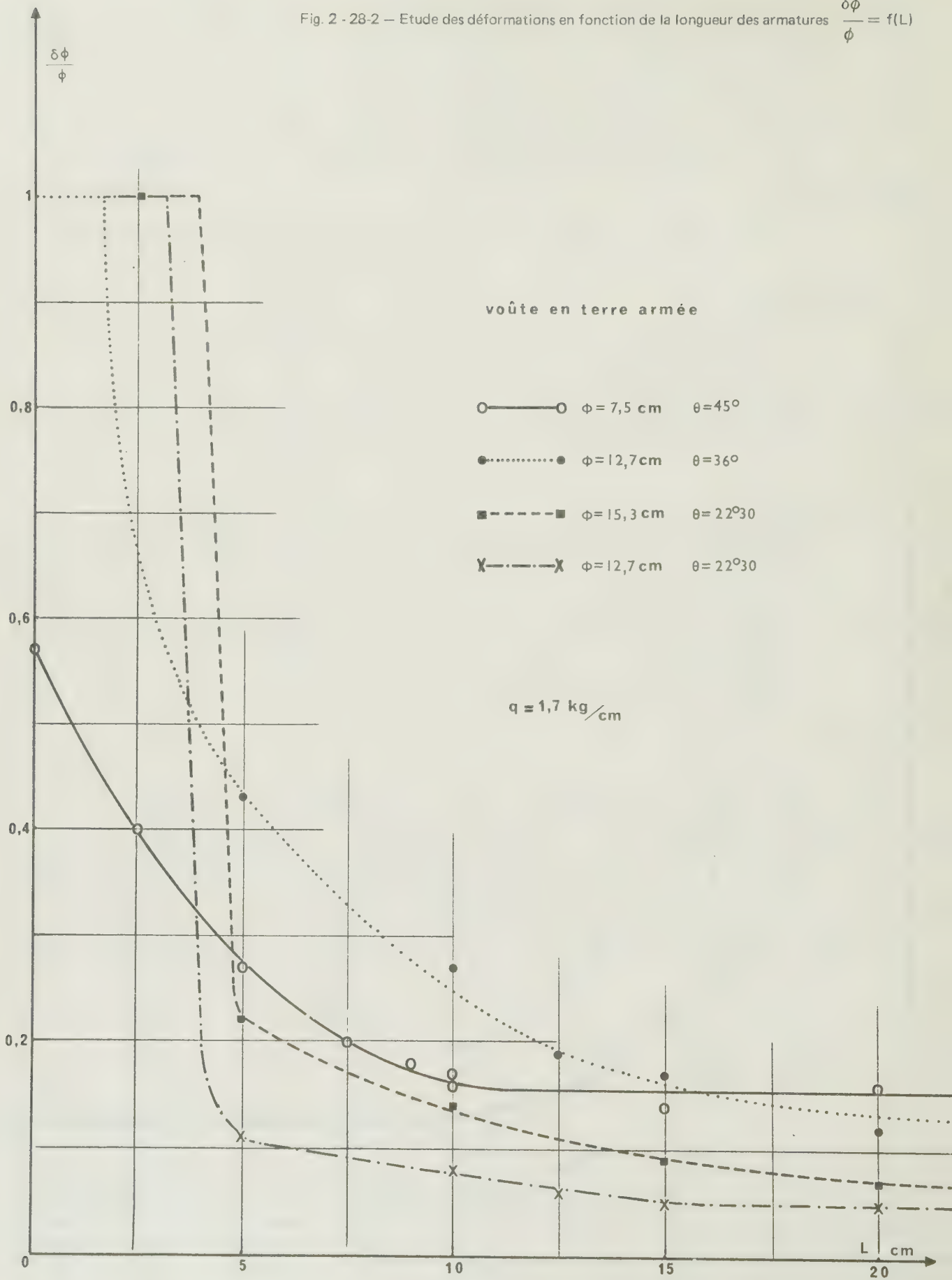


Fig. 2 - 28-2 — Etude des déformations en fonction de la longueur des armatures $\frac{\delta\phi}{\phi} = f(L)$



De même pour $\theta \longrightarrow \pi$, $\frac{\Delta\phi}{\phi} \longrightarrow 1$ - Figure 2-18

Nous venons d'étudier l'influence de la longueur critique L_c et celle de l'angle du voussoir sur les déformations d'une voûte en terre armée. Il nous reste donc l'étude de l'influence du rayon de la voûte et celle de la résistance à la traction des armatures. Pour ce qui est de l'influence du rayon de la voûte, elle n'est qu'indirecte et n'intervient que par le biais de la longueur critique, $L_c = A.R. \theta$. Quant à l'influence de la résistance à la traction des armatures, elle est nulle. En effet, les déformations subies par une voûte en terre armée en état d'équilibre ne dépendent que de la densité d'armatures de l'ensemble de la voûte et non de la résistance à la traction d'un lit d'armature.

En conclusion, nous pouvons retenir de ce paragraphe traitant des déformations que :

- 1.) Elles sont fonctions du mode de montage, de la longueur critique L_c , des armatures et de l'angle θ du voussoir.
- 2.) Les voûtes en terre armée sont des ouvrages pouvant admettre de grandes déformations sans pour autant se rompre. C'est pourquoi nous avons été amenés à définir un seuil limite de déformations admissibles. Ce seuil a été fixé à 20 %.

A la fin de ce paragraphe, nous donnons des tableaux donnant les déformations

relatives $\frac{\Delta\phi}{\phi}$ pour différentes charges et différentes longueurs d'armatures

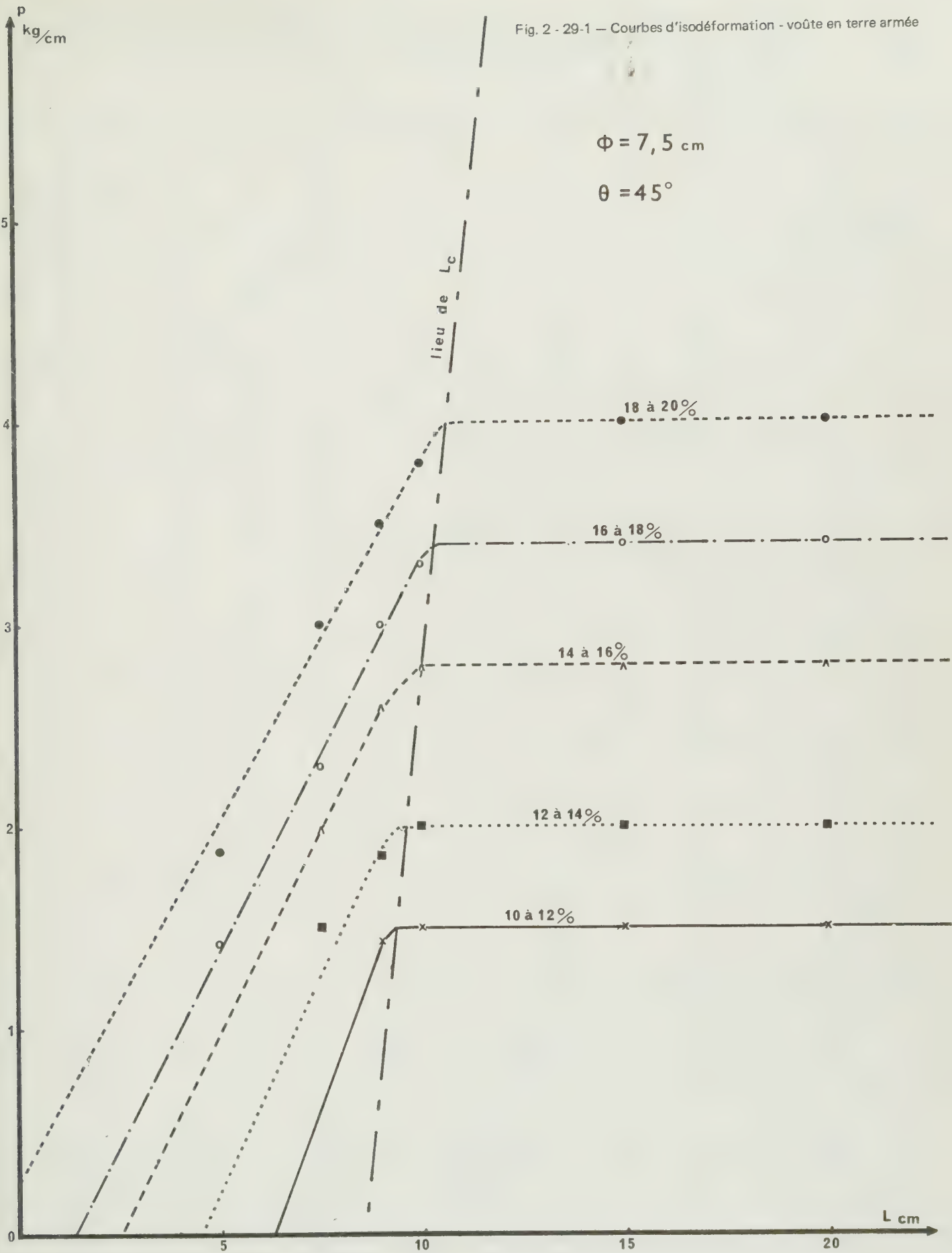
dans les cas où $\theta = 45^\circ$, $\theta = 36^\circ$ et $\theta = 22^\circ 30'$. Nous donnerons en outre les courbes d'isodéformations.

$$\frac{\Delta\phi}{\phi}$$

Etude des déformations relatives moyennes en fonction de la charge appliquée pour différentes longueurs d'armatures - Tunnel: $\phi = 7,5$ cm, $\theta = 45^\circ$, $\Delta = 3$ cm

$\begin{matrix} L \\ \text{cm} \end{matrix} \backslash \begin{matrix} Ch \\ \text{g/cm} \end{matrix}$	20	15	10	9	7,5	5	2,5	0
1500 0,109	0,11 0,109	0,10	0,12	0,13 0,127	0,14	0,22	0,31	0,
2000 0,131	0,13 0,131	0,12 0,117	0,14 0,136	0,15 0,146	0,17 0,173	0,25	0,35	
2200 0,2 0,139	0,14 0,139	0,12	0,14	0,15 0,153	0,18 0,178	0,25	0,37	0,
2700 0,4 0,148	0,15 0,148	0,13 0,133	0,16 0,157	0,17 0,169	0,19	0,26	0,39	0,
3300 0,6 0,167	0,17 0,167	0,15 0,147	0,18 0,175	0,19 0,191	0,21 0,206	0,27	0,41	0,
4000 0,8	0,20	0,39	0,29	0,43	0,22 0,222	0,28	0,45	
4700 1,0	0,28	—	—	—	0,45	0,29	0,44	
5100 1,1	0,29							
5950 1,3	0,30							
6800 1,5	0,36							

Fig. 2 - 29-1 — Courbes d'isodéformation - voûte en terre armée



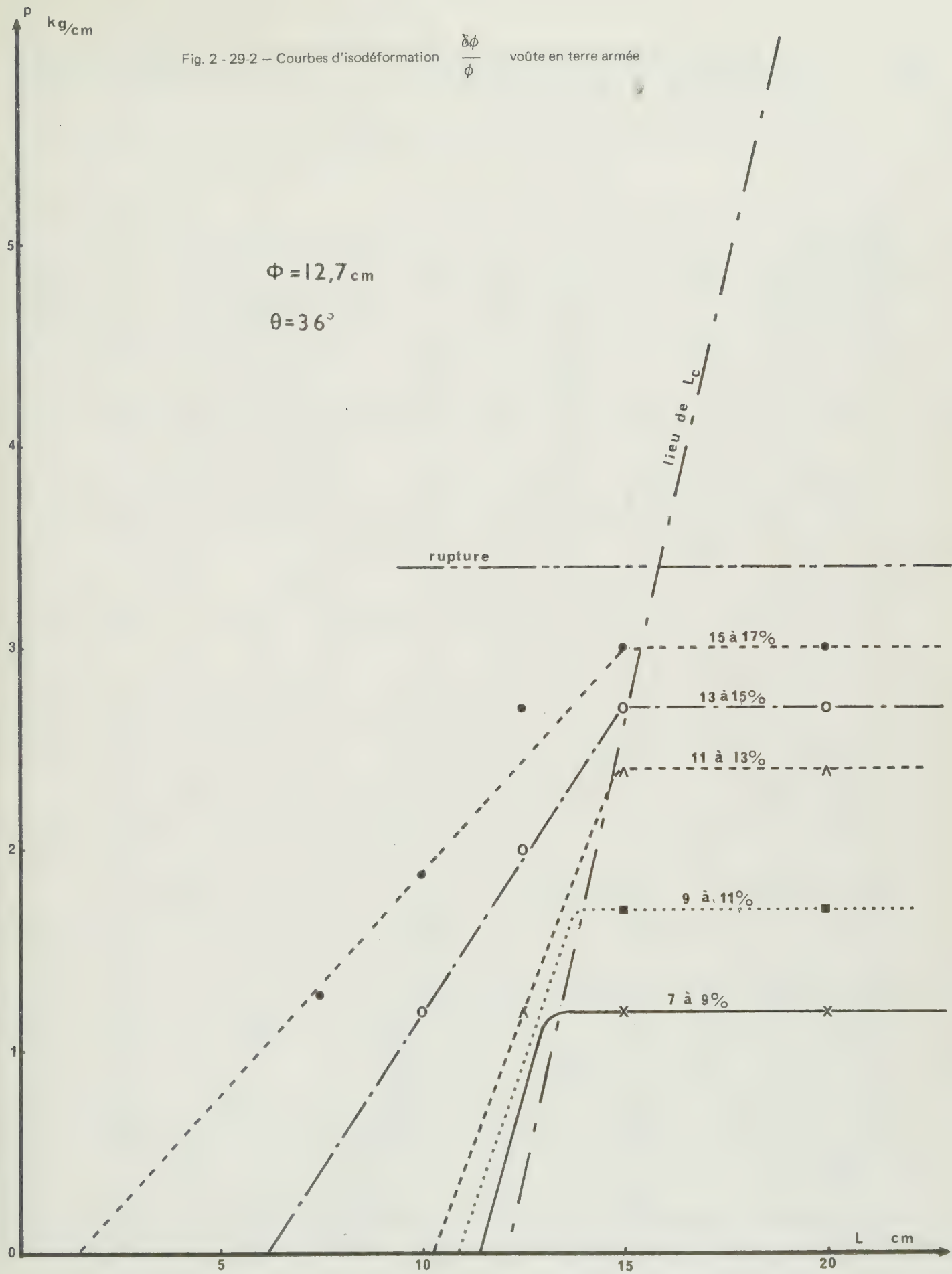
Etude des déformations relatives moyennes en fonction de la charge appliquée
pour différentes longueurs d'armatures

$$\frac{\Delta\phi}{\phi}$$

Tunnel $\phi = 12,7$ cm, $\theta = 36^\circ$ $\Delta = 4$ cm

$\begin{matrix} L \\ \text{cm} \\ \text{Ch} \\ \text{g/cm} \end{matrix}$	20	15	12,7	10	5	2,5	0
1200	0,08	0,08	0,12	0,14	0,38		1
					0,384		
1700	0,10 0,096	0,10 0,098	0,15 0,149	0,18 0,182	0,41 0,407		1
2000	0,10 0,2	0,10 0,104	0,15 0,151	0,19 0,189	0,41 0,41		1
2400	0,11 0,4	0,13 0,139	0,16 0,161	0,20 0,203	0,42 0,416		1
2700	— 0,5	0,15 0,152	0,17 0,171	0,21 0,212	0,42 0,421		1
3000	0,16 0,6	0,17 0,167	0,18 0,183	0,30 0,304	0,43 0,428		1
3700					0,44 0,436		1
4300					0,45 0,449		1
4600					—		1
5100					1		1

Fig. 2 - 29-2 — Courbes d'isodéformation $\frac{\delta\phi}{\phi}$ voûte en terre armée



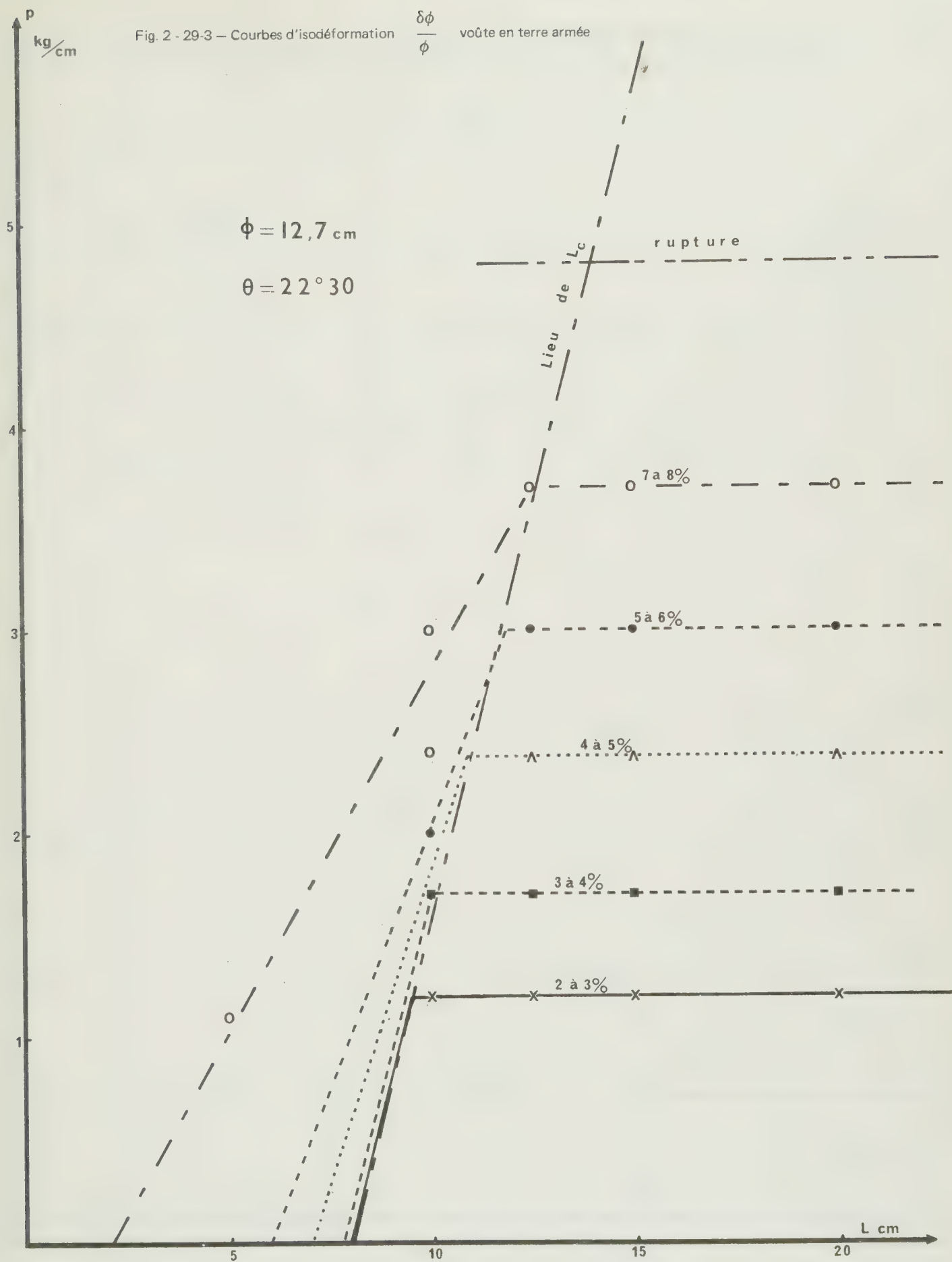
$\frac{\Delta\phi}{\phi}$

Etude des déformations relatives moyennes en fonction de la charge appliquée pour différentes longueurs d'armatures.

Tunnel : $\phi = 12,7$ cm, $\theta = 22^\circ 30$, $\Delta = 2,5$ cm

$\begin{matrix} L \\ \text{cm} \\ \hline \text{Ch} \\ \text{g/cm} \end{matrix}$	20	15	12,7	10	5	2,5
1200 80	0,02	0,02 0,016	0,02 0,025	0,04 0,041	0,07 0,075	1
1700 ch	0,03	0,03 0,027	0,03 0,034	0,05 0,051	0,09 0,088	1
2000 0,2	0,03	0,03 0,29	0,04 0,04	0,06 0,058	0,09 0,094	1
2400 0,4	0,04	0,04 0,038	0,05 0,048	0,07 0,067	0,10 0,102	1
3000 0,6	0,05	0,05 0,047	0,06 0,059	0,08 0,076	0,11 0,114	1
3700 0,8	0,07	0,07 0,072	0,08	0,11 0,108	0,13 0,133	1
4300 1,0	0,12	0,12 0,117	0,12 0,119	1	1	1
4600	0,13	0,13 0,127	1	1	1	1
4800	1	1	1	1	1	1

Fig. 2 - 29-3 — Courbes d'isodéformation $\frac{\delta\phi}{\phi}$ voûte en terre armée



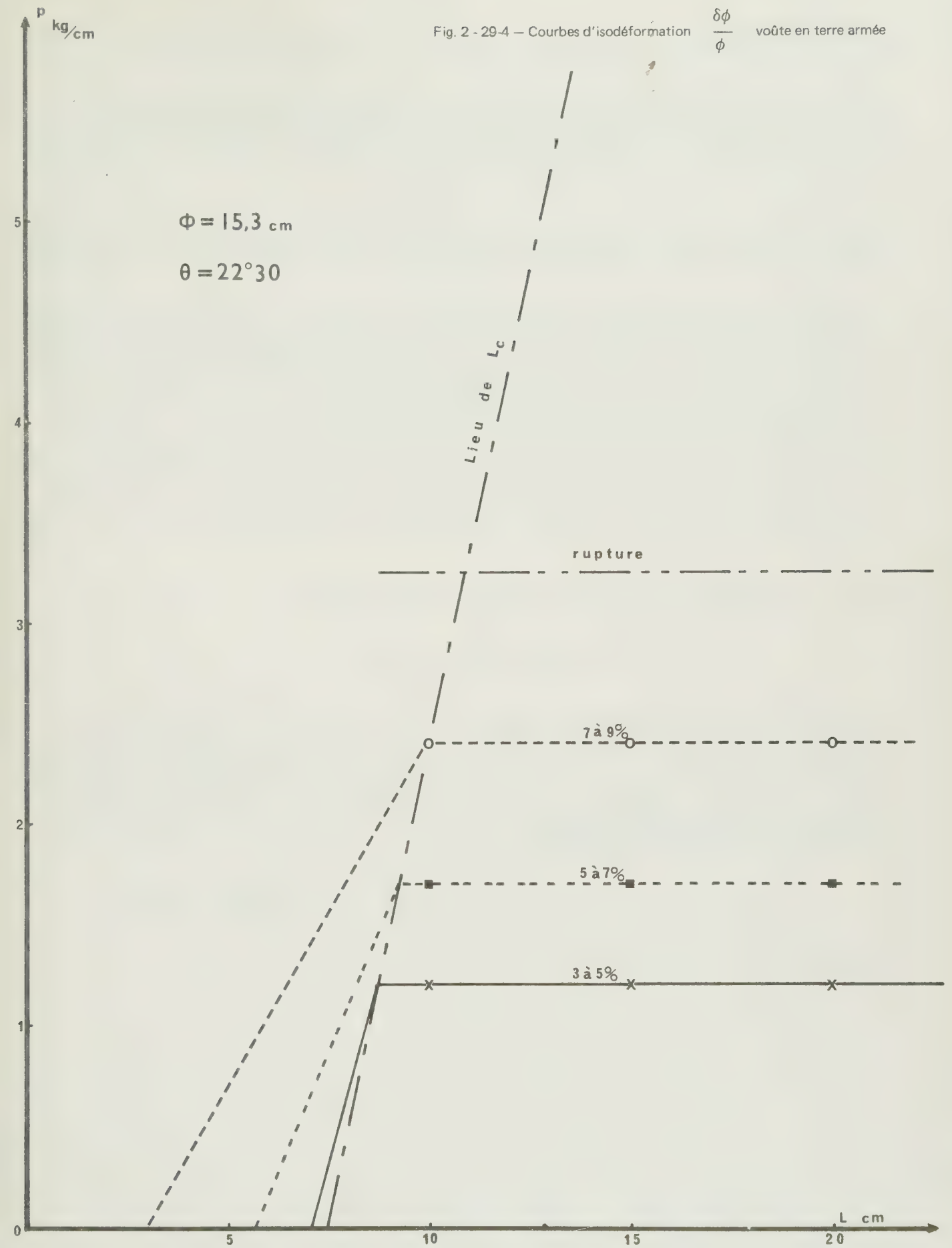
$\frac{\Delta\phi}{\phi}$

Etude des déformations relatives moyennes en fonction de la charge appliquée pour différentes longueurs d'armatures

Tunnel : $\phi = 15,3 \text{ cm}$, $\theta = 22^\circ 30$ $\Delta = 3 \text{ cm}$

Longueur d'armat. Lcm Ch. appliquée en g/cm	20	15	10	5	2,5	0
1200	0,04 0,037	0,05 0,046	0,05 0,052	0,16 0,164	1	1
1700	0,05 0,045	0,06 0,057	0,07 0,066	0,19 0,194	1	1
2000	0,06	0,06 0,059	0,07 0,068	0,20 0,196	1	1
2400	0,07	0,07 0,066	0,09 0,088	0,20 0,202	1	1
3000	0,07 0,068	0,09 0,087	0,14 0,16 0,22	0,21 0,214	1	1
3200	1 rupture	1 rupture	1 rupture totale	—	1	1
3700						1

Fig. 2 - 29-4 — Courbes d'isodéformation $\frac{\delta\phi}{\phi}$ voûte en terre armée



CONCLUSIONS

Les essais, sur modèles réduits bidimensionnels des voûtes en terre armée, ont permis de mettre en évidence des phénomènes propres à ces ouvrages tels la notion de longueur critique et d'autostabilité d'une part et de vérifier d'autre part certains phénomènes communs aux ouvrages enterrés, en particulier la distribution des contraintes autour des voûtes.

Par ailleurs, il a été possible, à partir d'une étude systématique des différents paramètres, de proposer deux formules expérimentales, l'une donnant la longueur critique L_c et l'autre la pression limite sur la voûte pour $L \geq L_c$.

Ce travail a été facilité par l'application de la théorie de l'analyse dimensionnelle au cas des voûtes en terre armée. En effet, il a été possible de donner la forme de l'équation d'équilibre par la théorie dimensionnelle et de l'expliquer par la suite en tenant compte des considérations d'ordre physique et des résultats d'expériences. La fonction étudiée est la pression p appliquée sur la voûte en état d'équilibre limite. Cette fonction dépend à priori : du rayon R de la voûte, de l'angle θ des voussoirs, de la longueur L des armatures, de la résistance à la traction R_T des armatures, de la rigidité R_i des éléments de peau, de l'angle de frottement interne ϕ de la terre et du coefficient de frottement f entre la terre et l'armature. L'influence de la rigidité des éléments de peau est négligée et celle de ϕ et de f est impossible à expliciter dans le cadre de l'étude.

Ainsi, la théorie dimensionnelle aboutit à la relation :

$$p = g(\phi, f) \left\{ \frac{R_T}{R^2} \cdot \Phi\left(\frac{R}{L} \cdot \theta\right) \right\}$$

Or la longueur critique des armatures L_c délimite deux types de rupture, à savoir la rupture par défaut d'adhérence pour $L < L_c$ et la rupture par cassure d'armatures pour $L \geq L_c$. Le comportement d'une voûte en état d'équilibre est indépendant de la longueur L des armatures si $L \geq L_c$. Par conséquent, la relation $L \geq L_c$ traduit une condition nécessaire d'équilibre sans modification de la géométrie initiale d'une voûte en terre armée. Ainsi nous avons été amenés à considérer d'une part la condition :

$$L \geq L_c \quad \text{où } L_c = K(\phi, f) \cdot R \cdot \theta \text{ qui est la condition d'adhérence,}$$

et d'autre part l'équation de la pression limite :

$$p = g(\phi, f) \cdot \frac{R_T}{R^2} \cdot \frac{1}{\theta}$$

L'étude purement expérimentale a confirmé par la suite les deux expressions et a permis de bien mettre en évidence la notion importante de LONGUEUR CRITIQUE.

Il convient d'associer par ailleurs à cette notion la notion d'AUTOSTABILITE des voûtes en terre armée. En effet, une voûte dont la longueur des armatures est inférieure à la longueur critique, peut dans une certaine limite, modifier sa géométrie (en particulier diminuer de rayon) pour atteindre un nouvel état d'équilibre.

L'étude de la distribution des contraintes autour de la voûte aboutit à des résultats qui sont en accord avec ceux donnés en élastoplasticité par différents auteurs.

Enfin l'étude expérimentale des voûtes en terre armée peut fournir des renseignements sur le comportement avant la rupture d'un ouvrage réel dans la mesure où l'on arriverait à expliciter les fonctions :

$$K(\phi, f) \text{ et } g(\phi, f)$$

CHAPITRE III

Etude bibliographique sur les méthodes de dimensionnement des voûtes et des tunnels

III.- ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

31.- Méthode de détermination des charges agissant sur les voûtes circulaires

1.- MINDLIN a donné trois cas de répartition des contraintes du milieu supposé élastique entourant un vide de section circulaire :

A.- Etat hydrostatique, où

$$p_h = p_v = \gamma \cdot h$$

B.- Cas de la poussée latérale augmentant linéairement avec la profondeur et propre à constituer une entrave aux déplacements latéraux. Ici on a :

$$p_h = p_v \frac{\nu}{1-\nu} \quad \text{où } \nu \text{ est le coefficient de Poisson}$$

Remarquons toutefois que $\frac{\nu}{1-\nu} = K_0$ dans le cas d'un milieu pulvérulent.

C.- Absence totale de poussée latérale, donc $p_h = 0$

Les résultats développés étant passablement compliqués et exprimés finalement au moyen d'équations transcendantes, il a fallu rechercher des formules approximatives plus abordables.

En ce qui concerne le cas hydrostatique, les contraintes radiales et tangentielles sont exprimées par des formules approximatives, données par KERISEL :

$$\text{Contraintes radiales : } \sigma_r = \gamma \cdot h \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\text{Contraintes tangentielles } \sigma_t = \gamma \cdot h \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)$$

Où h est la hauteur du recouvrement, a le rayon du tunnel et r la distance du point examiné. D'après ces relations, les tensions suscitées dans le prolongement du diamètre horizontal après l'exécution du vide seront conformes à ce qui est indiqué sur la figure 3-1.

* cf. références bibliographiques [11] [12] [14] [15] [16]

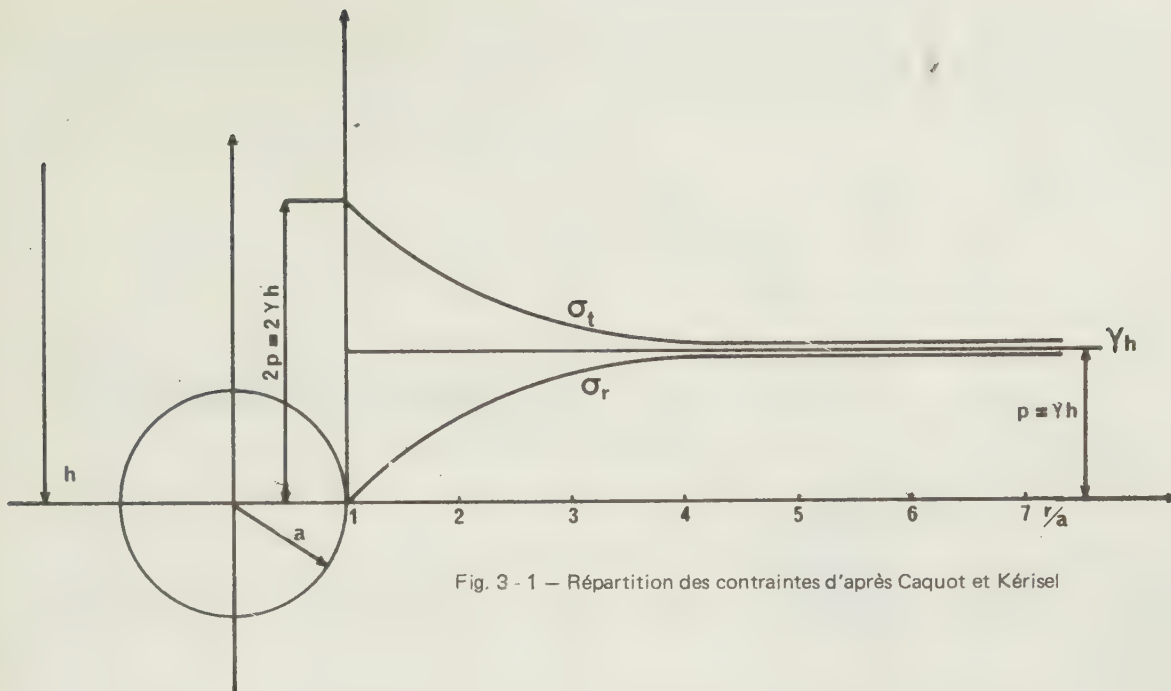


Fig. 3 - 1 — Répartition des contraintes d'après Caquot et Kérisel

Cependant, l'hypothèse du milieu supposé élastique n'est pas vérifiée et ce en particulier au voisinage de la cavité. Les recherches effectuées par KARMAN montrent que dans un milieu soumis à un état de pressions composées, où les dilatations latérales sont pratiquement inexistantes, toutes les roches peuvent se trouver dans un état plastique.

- 2.- En ce qui concerne l'étendue du domaine plastique autour d'une excavation de forme circulaire, ainsi que pour démontrer l'influence prédominante des pressions latérales, KASTNER a développé la théorie résumée ci-dessous :

En raison du manque d'appui du côté du vide, dans le voisinage d'une excavation de forme circulaire, les contraintes radiales (σ_r) au bord sont nulles; quant aux contraintes tangentielles (σ_t), elles croissent et tendent vers une valeur maximale dépassant la résistance du milieu, celui-ci passe alors dans l'état plastique. En s'éloignant du souterrain vers l'intérieur du terrain, la section résistante augmente, ce qui fait que l'intensité de la contrainte tangentielle diminue, si bien qu'à partir d'un certain point, elle n'excède plus la limite élastique du matériau dont est composé le terrain. Au delà de cette limite, le rocher reste dans l'état élastique. A l'intérieur de la zone plastique, l'importance des contraintes radiales croît en direction du rocher, parce que les particules du matériau se trouvant dans un état plastique, aidées d'une part par le frottement spécifique et d'autre part par la contrainte tangentielle agissant en tant qu'effort normal, seront encore à même d'encaisser des tensions de frottement radiales (Figure 3.2).

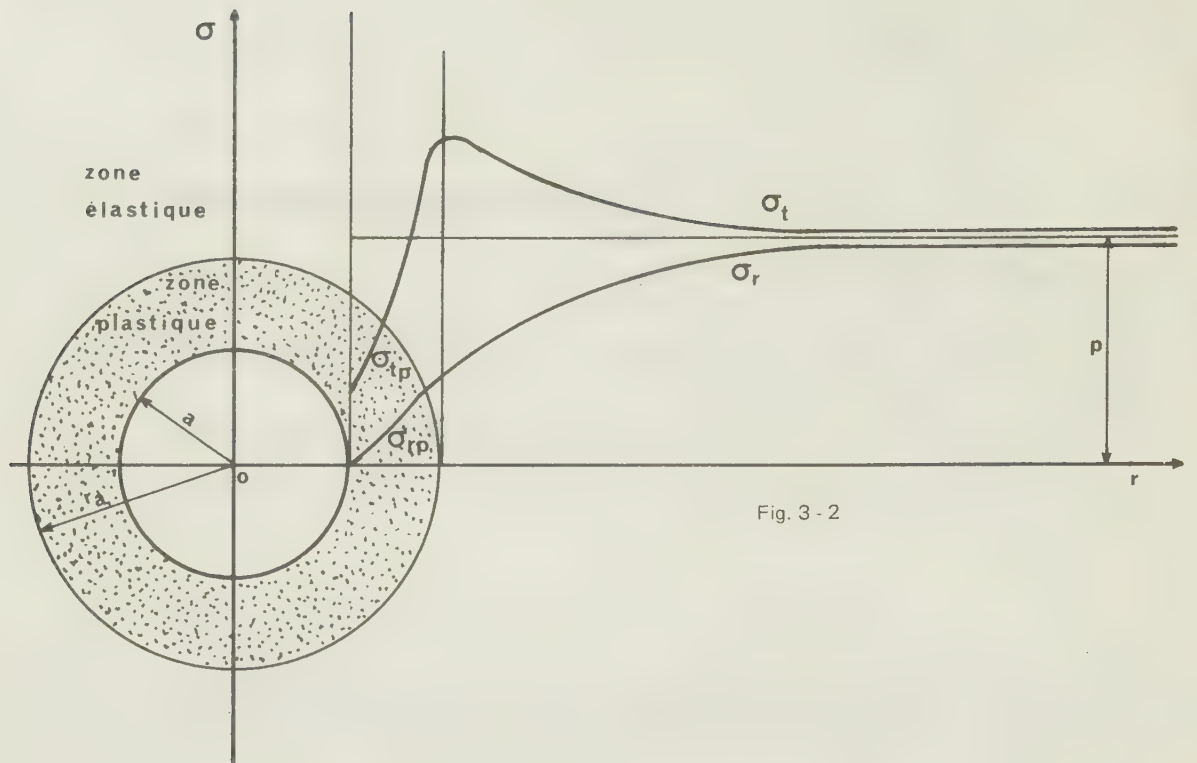


Fig. 3 - 2

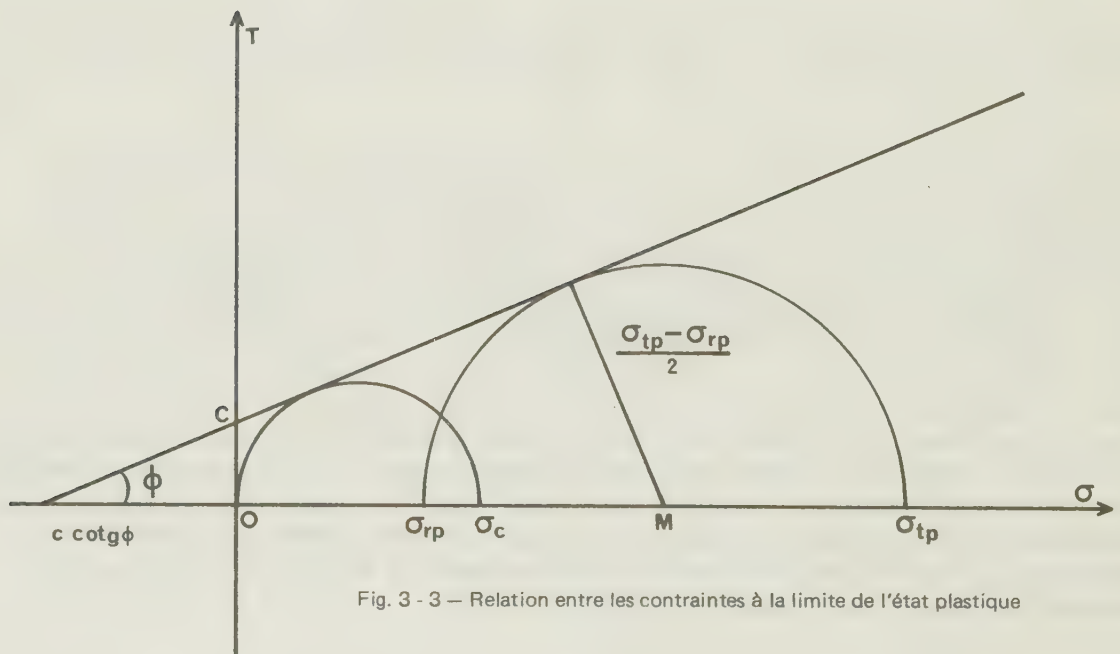


Fig. 3 - 3 — Relation entre les contraintes à la limite de l'état plastique

La limite du domaine élastique entourant l'excavation circulaire est définie par KASTNER sur la base des considérations suivantes. En admettant le rocher comme un matériau comparable à un corps idéal plastique, et sur la base de la condition de rupture de Mohr, l'état limite de la déformation plastique peut être exprimé comme suit :

$$\sigma_{tp} - \sigma_{rp} \frac{1+\sin \phi}{1-\sin \phi} - 2C \frac{\cos \phi}{1-\sin \phi} = 0$$

D'une part, à l'aide de l'équation d'Airy, il démontre que :

$$\sigma_{rp} = \frac{\sigma_c}{K_p - 1} \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{K_p - 1} - 1 \right]$$

$$\sigma_{tp} = \frac{\sigma_c}{K_p - 1} \left[K_p \left(\frac{r}{a} \right)^{K_p - 1} - 1 \right] \quad \text{et } \tau_p = 0$$

avec $K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$

a est le rayon d'évidement et σ_c la résistance uniaxiale à la compression.

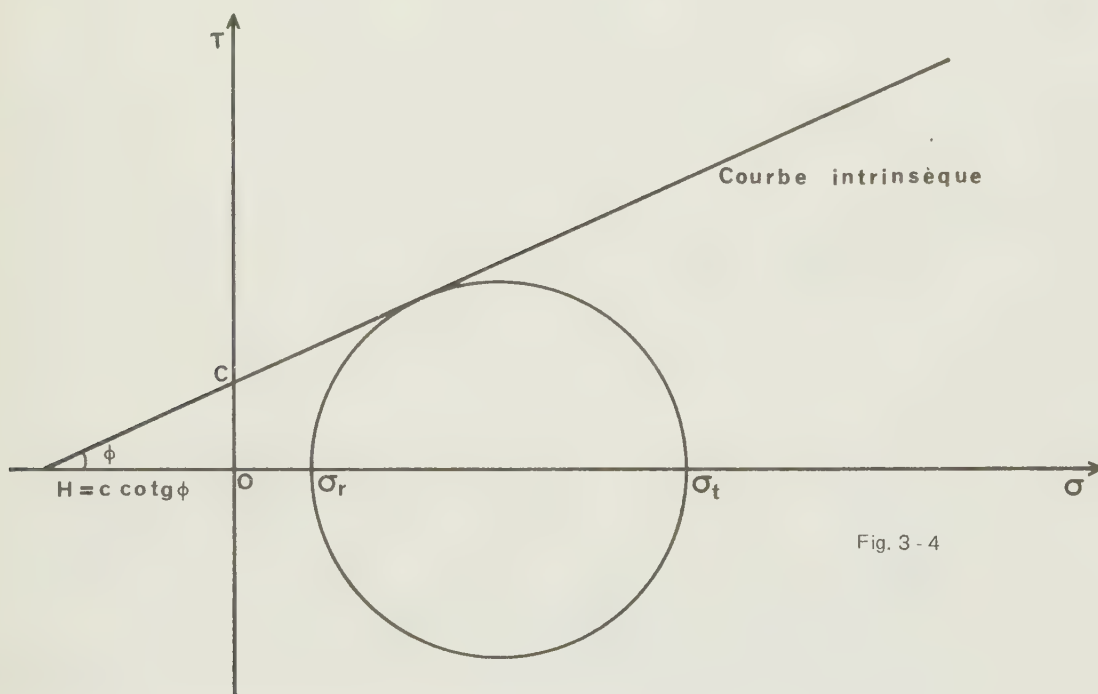


Fig. 3 - 4

Partant du critère de l'égalité des tensions annulaires élastiques et plastiques à la limite des zones correspondantes, on peut calculer le rayon r_a du cercle limite.

$$r_a = a \left[\frac{2}{Kp+1} \frac{\sigma_c + p(Kp-1)}{\sigma_c} \right]^{\frac{1}{Kp-1}}$$

3.- MANDEL [11] donne, pour un souterrain en milieu plastique, la solution suivante qui est valable :

a.- Soit sur un corps de TRESCA ($\phi = 0$), c'est-à-dire un matériau purement cohérent et pesant.

b.- Soit sur un corps de COULOMB pesant et à frottement interne ($\phi \neq 0$)

Les distributions des contraintes dans les zones plastique et élastique sont :

1.- Zone plastique :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= H - (\sigma_o + H) \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi}} \\ \sigma_t &= H - K_p (\sigma_o + H) \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi}} \end{aligned}$$

2.- Zone élastique

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -p + (p+H) \left(\frac{\rho}{r} \right)^2 \sin \phi \\ \sigma_t &= -p - (p+H) \left(\frac{\rho}{r} \right)^2 \sin \phi \end{aligned}$$

Dans ces relations :

- H = $C \cotg \phi$ où C est la cohésion et ϕ l'angle de frottement interne
- σ_o = Pression hydrostatique appliquée à l'intérieur de la galerie et assimilée au revêtement du tunnel
- r = Distance du point considéré au centre de la section circulaire
- R = Rayon de la galerie
- ρ = Rayon limite des zones plastique et élastique
- p = Charge radiale extérieure.

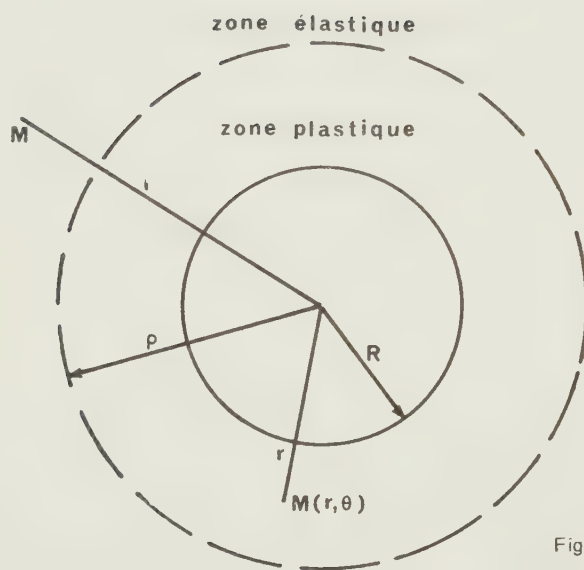


Fig. 3 - 5

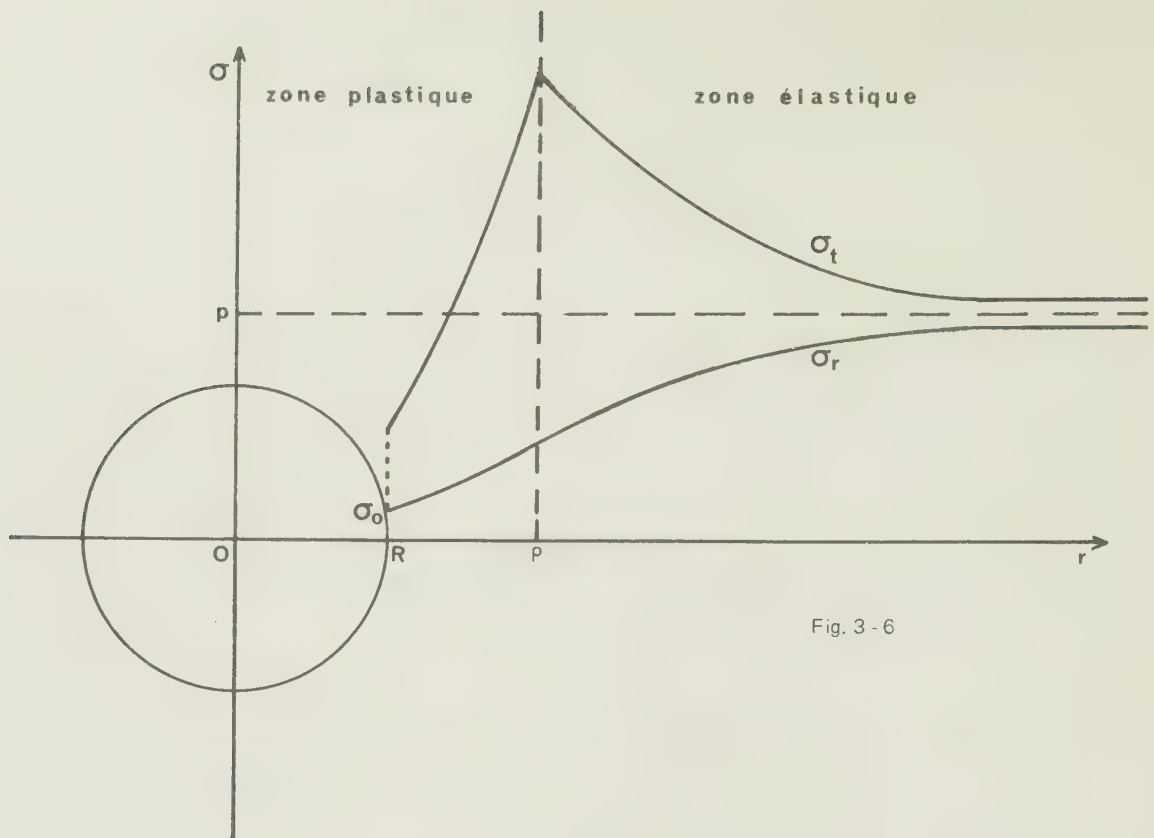


Fig. 3 - 6

La figure 3.6 indique les variations de σ_r et σ_t dans la zone plastique et la zone élastique.

Nous remarquons donc la présence d'un σ_t maximum correspondant à la limite des zones plastique et élastique, tout comme dans la théorie de KASTNER.

Nous reviendrons sur ces deux solutions lors de la comparaison des résultats théoriques et expérimentaux.

Notons cependant que σ_t maximum peut se déplacer vers l'intérieur de la zone plastique et par conséquent elle n'indique pas nécessairement la limite des zones plastique et élastique.

4.- CAQUOT et KERISEL* ont étudié l'équilibre limite dans un milieu plastique pesant en supposant les contraintes polaires σ_r , σ_θ principales, de sorte que les isostatiques soient circulaires et concentriques à la section circulaire de la galerie.

La résolution des équations d'équilibre donne, dans le cas d'un milieu pulvérulent :

$$\sigma_r = \gamma_r (1 - \cos \theta) + \frac{\gamma h}{Kp-2} \left[\frac{r}{h} - \left(\frac{r}{h} \right)^{Kp-1} \right]$$

$$\sigma_\theta = \gamma_r (1 - \cos \theta) + Kp \frac{\gamma h}{Kp-2} \left[\frac{r}{h} - \left(\frac{r}{h} \right)^{Kp-1} \right]$$

Où :

h est la hauteur du massif

r le rayon du profil circulaire

θ l'angle que fait la tangente au point considéré avec la verticale

γ est le poids volumique du milieu

ϕ est l'angle de frottement interne du milieu $Kp = \tan^2 (\pi/4 + \phi/2)$

REMARQUE : Cette solution admet que la rupture se produit à la clé de voûte.
Nous verrons que ce n'est point le cas.

5.- En ce qui concerne la zone plastique entourant un évidement, RENDULIC définit son étendue par le rayon du cercle :

$$R = \frac{r}{\sqrt[3]{1 - \beta^3}}$$

$$\text{ou } \beta = \sqrt{\frac{1}{1 + 2 \frac{C}{E}}}$$

* CAQUOT-KERISEL - Traité de mécanique des sols (GAUTHIER-VILLARS 1956)

Il donne aussi les contraintes radiale et tangentielle dans le domaine plastique :

$$\begin{aligned}\sigma_r &= c. \cotg \phi \left[1 - \left(\frac{c. \cotg \phi}{r + \varepsilon_0} \right)^{Kp-1} \right] \\ \sigma_t &= c. \cotg \phi \left[1 - K_p \left(\frac{c. \cotg \phi}{r + \varepsilon_0} \right)^{Kp-1} \right]\end{aligned}$$

6.- Dans le cas d'un trou circulaire pratiqué dans une plaque plane, les expressions des contraintes sont, d'après KIRSCH :

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{pK}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{pK}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{pK}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{pK}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= \frac{pK}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta\end{aligned}$$

avec $p = p_v$, $K = \frac{Ph}{P_v}$, a est le rayon du trou et r et θ coordonnées

polaires du point considéré.

REMARQUES :

L'avantage théorique et pratique des solutions passées en revue est certain. Mais leur application n'est pas immédiate au cas des voûtes en terre armée. En effet, une voûte en terre armée n'est ni un tunnel conventionnel, ni un tube mince, et par dessus tout elle se comporte de différentes manières suivant l'importance de la longueur de ses armatures ou la hauteur du massif qui la couvre. En plus, il faut tenir compte du caractère hétérogène de la terre armée. Néanmoins, d'un point de vue exclusivement qualitatif, nous avons trouvé expérimentalement, des répartitions de contraintes se rapprochant de celles données par KASTNER et MANDEL. Nous les citerons donc lors de la comparaison des résultats théoriques et expérimentaux.

32.- Calcul des voûtes de section circulaire

Nous énumérerons, dans ce chapitre, quelques méthodes classiques de calcul de voûtes et donnerons leurs éventuelles applications dans le cas des voûtes en terre armée.

321.- Méthode graphique (pour mémoire seulement)

Cette méthode est fastidieuse, imprécise et demande beaucoup de temps; c'est pourquoi nous ne l'avons pas appliquée au cas des voûtes en terre armée.

322.- Méthode de calcul de Hewett-Johannesson

Cette méthode tient compte de l'appui latéral du terrain. Elle n'est utilisée que dans le cas des tunnels munis de cuvelages souples constitués par des éléments reliés entre eux par des joints articulés. Dans cette méthode de calcul, l'anneau est considéré comme étant un système porteur rigide et continu. Les charges agissant sur ce système porteur sont celles de la figure 3-7. Elles sont calculées sur la base des poids effectifs et d'après les valeurs intégrales des pressions géo et hydrostatiques, seule la poussée latérale étant admise comme inconnue initialement.

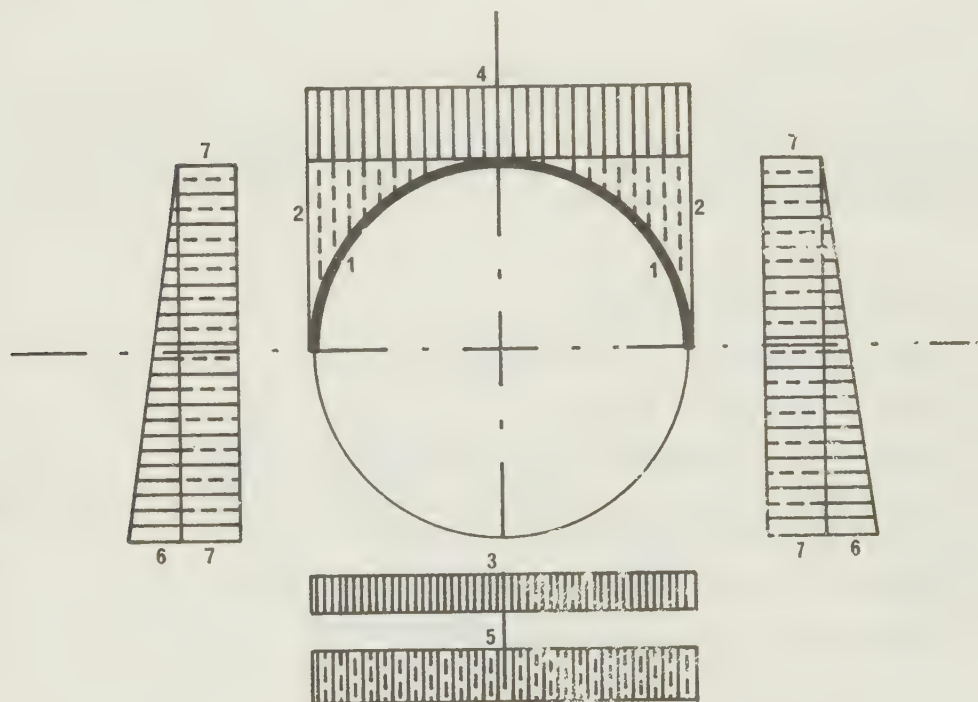


Fig. 3 - 7 — Charges agissant sur un système porteur circulaire d'après Hewett et Johannesson

Sous l'action des pressions, l'anneau s'aplatit dans le sens vertical et s'élargit suivant l'axe horizontal. Toutefois, cet élargissement est partiellement entravé par la présence du terrain. De ce fait, la poussée active des terres ne sera pas seule présente, mais une autre pression latérale, de valeur plus élevée, agira encore sur les parois de la construction. La grandeur de la poussée latérale des terres doit être ainsi admise à une valeur comprise entre celles de la poussée active et de la poussée passive (butée) des terres. La pression latérale sera donc exprimée en multipliant la pression verticale par K où :

$$K_a \leq K \leq K_p$$

K étant choisi de manière que, sous l'effet de la charge admise, l'anneau soit exempt de flexion, c'est-à-dire que les moments soient partout nuls.

C'est ainsi, qu'à la phase de la construction achevée, parmi les charges admises, on ne tient compte dans le calcul que des sollicitations dues aux seuls efforts de compression. Au cas où, dans l'hypothèse ci-dessus, la valeur de K reste inférieure à celle de K_a , on prend $K = K_a$ de même si $K > K_p$, on admet $K = K_p$. Cependant, dans ces cas il faut renoncer à voir disparaître les moments de flexion de l'anneau.

Dans les terrains plastiques, on prend $K = 1$.

Examinons les divers cas de charge évoqués sur la figure. Nous analyserons les conditions d'équilibre, successivement, en utilisant les notions suivantes :

- a rayon extérieur horizontal du tunnel
- a_1 rayon de la fibre moyenne
- b rayon vertical de la fibre extérieure
- γ poids volumique du terrain
- W poids au m courant de la maçonnerie du tunnel
- P tranche des pressions géostatique et hydrostatique uniformément répartie, située au-dessus du tunnel
- h épaisseur du terrain situé au-dessus du tunnel
- K coefficient de la poussée latérale.

1.- Charge due au poids propre (figure 3-7 1). On ne fait intervenir dans le calcul que le poids propre de la moitié supérieure de la maçonnerie. Si l'on considère la construction comme étant un système porteur hyperstatique, les moments produits par cette charge sont: ($P_1 = \frac{W}{2a_1 \pi}$)

$$M_1 = n_1 W a_1$$

$$\text{où } n'_1 = \frac{1}{\pi^2} + \frac{3}{32} - \frac{11}{24\pi} \cos \alpha - \frac{\alpha}{2\pi} \sin \alpha \quad \text{pour la moitié supérieure de l'anneau}$$

$$\text{et } n''_1 = \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{32} - \frac{\cos^2 \alpha'}{8} - \frac{1}{24\pi} \sin \alpha' \quad \text{pour la partie inférieure}$$

Les efforts normaux seront calculés :

$$\text{dans la partie supérieure} \quad N'_1 = -W \left(\frac{1}{24\pi} \cos \alpha + \frac{\alpha}{2\pi} \sin \alpha \right)$$

$$\text{dans la partie inférieure} \quad N''_1 = -W \left(\frac{\sin \alpha'}{24\pi} + \frac{\cos 2\alpha'}{4} \right)$$

Dans ces expressions, α est l'angle que fait le rayon vecteur avec l'axe vertical et α' l'angle du rayon vecteur avec l'axe horizontal.

2.- La pression verticale des terres est admise égale à la pression géostatique. La poussée des terres est composée, d'une part, par la pression uniformément répartie, agissant à la hauteur de la clé (p_4) et d'autre part, par le poids des coins de terrain situés de part et d'autre de l'axe vertical entre la clef et l'axe horizontal (p_2) (Fig. 3-7 4 et 3-7 2)

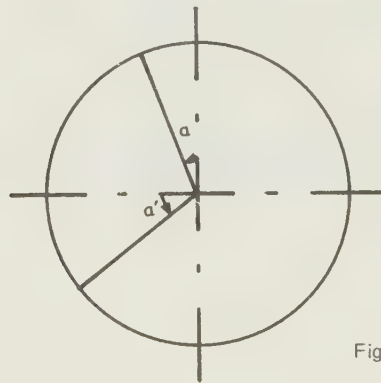


Fig. 3 - 8

Les réactions au sol, sous le radier, sont supposées être uniformément réparties (P₅).

En ce qui concerne la partie uniformément répartie de la pression du terrain, nous avons :

$$M_4 = n_4 \cdot p \cdot a \cdot a_1 \quad \text{où} \quad n_4 = \frac{1}{4} - \frac{\sin^2 \alpha}{4}$$

$$\text{et } N_4 = -p \cdot a \cdot \sin^2 \alpha$$

Les moments occasionnés par les deux coins (p₂) de terrain situés sous la clé sont :

$$M_2 = n_2 \cdot \gamma \cdot a_1 \cdot a^2$$

avec :

$$n_2 = n'_2 = \left[\frac{1}{4} - \frac{8}{9\pi} - \frac{3}{32} \frac{\pi}{\cos \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{2} + \frac{1}{4} \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha + \frac{\alpha \sin \alpha \cos^3 \alpha}{2 \cdot 3} \right]$$

pour la partie supérieure et :

$$n_2 = n''_2 = \left[\frac{1}{4} - \frac{8}{9\pi} + \frac{\pi}{32} - \frac{\sin \alpha'}{48} - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{1}{2} \cos^2 \alpha' \right]$$

pour la partie inférieure.

Les efforts normaux deviennent :

$$N'_2 = \gamma a_1^2 \left[\frac{\cos \alpha}{48} - \sin^2 \alpha + \frac{1}{4} \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha + \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \right]$$

pour la partie supérieure, et

$$N''_2 = \gamma a_1^2 \left[- \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \cos^2 \alpha' - \frac{1}{48} \sin \alpha' \right]$$

pour la partie inférieure.

3.- On admet que la poussée latérale des terres est répartie suivant une forme trapézoïdale. Pour définir les sollicitations de l'ouvrage sous l'action de cette charge, on décompose cette dernière en une charge uniformément répartie et une charge triangulaire. L'expression du moment engendré par la charge triangulaire est :

$$M_6 = K \cdot \gamma a_1 a^2 n_6 \quad \text{où} \quad n_6 = \frac{5}{12} - \frac{5}{8} \cos \alpha - \frac{1}{6} (1 - \cos \alpha)^3$$

l'effort normal aura pour valeur :

$$N_6 = \gamma a_1^2 \left(\frac{\cos^3 \alpha}{2} - \cos^2 \alpha - \frac{\cos \alpha}{8} \right)$$

La portion uniformément répartie de la charge latérale donne pour le moment :

$$M_7 = K a_1 n_7 \gamma h a$$

$$n_7 = \frac{1}{4} + \frac{\sin^2 \alpha}{2}$$

Possédant les résultats précédents, nous aurons l'expression finale en additionnant les moments de chaque cas :

$$M = M_1 + M_2 + M_4 + M_6 + M_7$$

$$\text{ou} \quad M = n_1 a_1 W + n_2 \cdot \gamma \cdot a_1 \cdot a^2 + n_4 \cdot a_1 \cdot a \cdot P + n_6 \cdot \gamma \cdot K \cdot a_1 \cdot a^2 + n_7 \cdot K \cdot \gamma \cdot a_1 \cdot a \cdot h$$

Dans cette expression, le premier terme indique le moment dû au poids propre de la voûte, le deuxième terme indique le moment occasionné par les deux coins de terre situés de part et d'autre de la clé. Le troisième terme provient de la pression uniformément répartie agissant à la hauteur de la clé. Le quatrième est le moment engendré par la partie triangulaire de la poussée latérale et le cinquième terme résulte de la portion uniformément répartie de la charge latérale. Lors du calcul des moments, la pression latérale exercée par le terrain est admise à une valeur située entre K_a et K_p , selon ce qui a été dit précédemment, c'est-à-dire en admettant que les moments soient nuls.

De ce point de vue, les terrains sont classés en trois groupes :

- 1.- Terrains où $\phi \geq 30^\circ$, K peut être admis entre 1/3 et 3
- 2.- Terrains où $30^\circ > \phi > 19^\circ$, $1/2 < K < 2$
- 3.- Terrains tendres et plastiques $\phi \sim 0$ et $K = 1$

Soit $M = K \cdot a_1 (n_6 \cdot \gamma \cdot a^2 + n_7 \gamma a h) + n_1 a_1 W + n_2 \gamma a_1 a^2 + n_4 a_1 a P$

$$\text{donc pour } K = - \frac{n_1 W + n_2 \gamma a^2 + n_4 a P}{n_6 \gamma a^2 + n_7 \gamma a h}$$

$$M = 0$$

323.- Méthodes de calcul traitant l'anneau du tunnel en tant que système porteur sur appuis élastiques :

Hypothèses de base :

- 1.- On admet que le terrain qui entoure l'anneau est élastique et que les efforts de réaction engendrés sont proportionnels aux déplacements. Ce qui revient à dire que, d'après la condition de WINKLER-SCHWEDLER, on aura :

$$p = Cy$$

avec p la pression du support, dirigée perpendiculairement à la surface

y le déplacement radial de l'anneau

C constante, caractérisant le module de fondation

- 2.- En chaque point du support, le déplacement n'est dû qu'à la pression du support existant en ce point. La fondation que constitue le support est considérée comme une succession d'appuis élastiques, indépendants les uns des autres.

C'est en partant de ces deux hypothèses que l'on procède au calcul des revêtements des tunnels en tant que structures sur appuis élastiques.

METHODE DE BODROV-GORELIK

Elle est basée sur la résolution de l'équilibre de la poutre circulaire sur appuis élastiques en cherchant la valeur minimale de l'énergie potentielle.

Soit une structure porteuse circulaire. Elle supporte des charges extérieures connues. Le système repose sur un appui élastique sur tout son pourtour (1ère hypothèse). Sous l'influence de la charge, la poutre se déforme. Le long du tronçon qui aura subi un déplacement vers l'extérieur, on aura des efforts de réaction élastiques, dont la grandeur sera proportionnelle aux déplacements subis (hypothèses), ces efforts étant assimilés à ceux d'appuis élastiques indépendants. Soient u et t les composantes radiales et tangentielles du vecteur déplacement d'un point quelconque de la poutre.

En négligeant les déformations dues aux efforts de cisaillement et aux efforts normaux, u et t sont reliés par la relation :

$$t = - \int u \, d\phi$$

où ϕ est l'angle que fait le rayon correspondant au point considéré avec l'axe vertical. BODROV et GORELIK font alors intervenir le principe de la valeur minimale de l'énergie potentielle. Cette énergie s'exprime à l'aide d'une série de FOURIER :

$$u = \sum_{m=1}^m (a_m \cos m\phi + b_m \sin m\phi)$$

avec a_1, a_m, b_1, b_m constantes.

Compte tenu de la symétrie par rapport à l'axe vertical, le déplacement radial devient :

$$u = \sum_{m=1}^m a_m \cos m\phi$$

$$\text{d'où } t = - \int \sum_{m=1}^m a_m \cos m\phi \, d\phi = - \sum_{m=1}^m \frac{1}{m} a_m \sin m\phi$$

L'énergie potentielle totale peut être décomposée en trois parties :

- 1.- Le travail des forces extérieures T
- 2.- Le travail de déformation des efforts internes V_i
- 3.- Le travail des forces de réaction élastiques V_e

$$\Pi = T - V_i - V_e$$

$$T = \int_{a_1}^{a_2} p_r r \sum_{m=1}^m a_m \cos m\phi \cdot d\phi + \int_{a_1}^{a_2} p_t r \sum_{m=1}^m \frac{1}{m} a_m \sin m\phi \cdot d\phi$$

avec p_r et p_t composantes radiale et tangentielle de la charge extérieure uniformément répartie $\bar{p}$.

$$V_i = \frac{E I \pi}{2 r^3} \sum_{m=1}^m (1-m^2)^2 a_m^2$$

Travail des efforts de réaction élastiques

$$V_e = -\frac{Cr}{2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \sum_{m=1}^m (a_m \cos m\phi)^2 d\phi$$

Dans ce qui précède, les expressions relatives à l'énergie potentielle du système porteur ont été écrites de telle façon que les coefficients $a_1, \dots, a_m$ soient seuls inconnus. On détermine la valeur de ces coefficients en écrivant les expressions des dérivées partielles de Π selon $a_1, a_2, \dots, a_m$ et en les annulant. Ce qui donne m équations, desquelles nous pouvons tirer $a_1, a_2, \dots, a_m$.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_1} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial a_2} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial a_m} = 0$$

La grandeur des efforts de réaction de l'appui élastique, sera calculée par l'expression :

$$q = -Cu = -C \sum_{m=1}^m a_m \cos m\phi$$

Dans une section quelconque, le moment sera :

$$M = \frac{EI}{r^2} \left(\frac{d^2u}{d\phi^2} + u \right)$$

$$\text{ou } M = \frac{EI}{r^2} \sum_{m=1}^m (1-m^2) a_m \cos m\phi$$

l'effort tranchant :

$$Q = \frac{dM}{ds} = \frac{-EI}{r^3} \sum_{m=1}^m m(1-m^2) a_m \sin m\phi$$

l'effort normal est :

$$N = R_r - \frac{EI}{r^3} \sum_{m=1}^m m^2 (m^2-1) a_m \cos m\phi$$

avec R composante radiale de la charge extérieure et des efforts de réaction sur une longueur unité.

METHODE POLYGONALE

Dans cette méthode, on remplace le système porteur par un polygone circulaire. Le calcul consiste en la résolution d'un système polygonal à angles fixes, l'appui élastique étant représenté par des barres

élastiques compressibles, articulées aux angles du polygone. On examinera ce polygone comme un système porteur à plusieurs hyperstatiques (fig.3.9).

Les efforts extérieurs sont réunis en des forces concentrées agissant aux angles du polygone. L'effet de l'appui élastique du terrain est remplacé par des charges radiales imaginaires, rattachées aux angles par des rotules, dont l'élasticité doit correspondre à l'effet d'appui élastique du terrain.

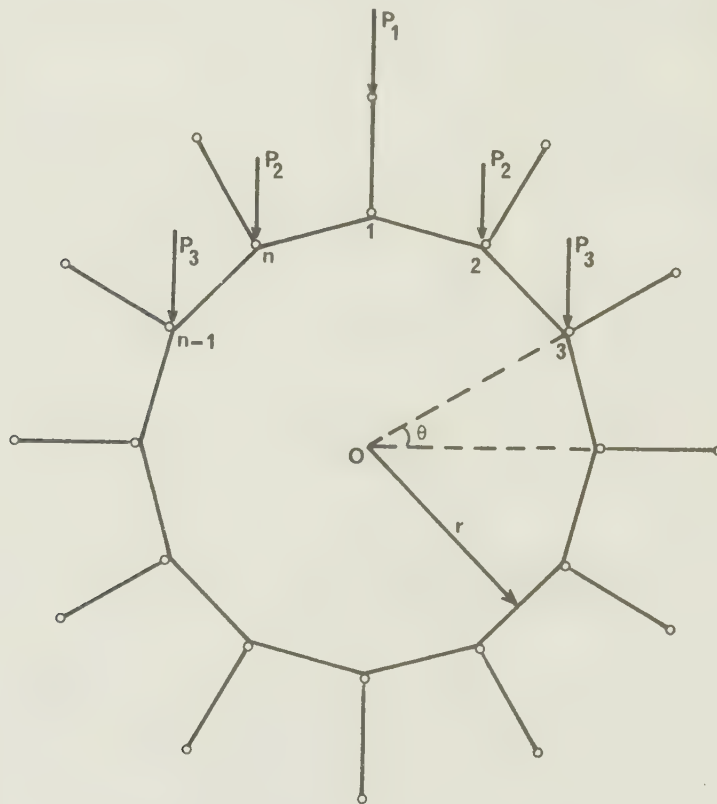


Fig. 3 - 9

REMARQUES :

L'application au cas de calcul des voûtes en terre armée des méthodes classiques de calcul des tunnels, n'est pas évidente. En effet, le comportement d'une voûte en terre armée diffère de celui d'une voûte en maçonnerie ou d'un tunnel.

La terre armée étant un matériau souple, une voûte exécutée d'après son principe peut admettre d'importantes déformations, sans pour autant se rompre, ce qui n'est point le cas d'une voûte classique. Nous pouvons d'ailleurs, de ce point de vue, rapprocher le cas d'une voûte en terre armée à celui d'un tuyau souple enterré. Ils sont cependant assez différents par ailleurs.

D'autre part, les méthodes basées sur les hypothèses de l'élasticité, ne peuvent fournir qu'une première approximation et ne donnent que les variations de contraintes à partir de l'état initial. La validité de ces calculs s'arrête en plus dès l'apparition des premières déformations permanentes. Par ailleurs, l'application dans le domaine plastique des résultats des théories classiques de la plasticité ou de la poussée et butée des terres est particulièrement délicate, tant du point de vue théorique que du point de vue application si nous tenons compte des variations de E et ν avec les contraintes et les états antérieurs et aussi de l'existence d'une zone plastique même pour les faibles systèmes de contraintes extérieures.

CHAPITRE IV

Etude théorique

4.- ETUDE THEORIQUE

41.- Equilibre d'une voûte en terre armée

Hypothèses et définitions.

La voûte est composée de "voussoirs", tels que ABCD, comprenant :

- la peau BC
- la terre ABCD
- les armatures AB et CD (fig. 4-1).

On suppose que le terrain exerce sur la voûte une pression uniforme p_0 et l'on néglige le poids des éléments de la voûte. L'équilibre que nous étudierons est donc un équilibre symétrique et son étude se ramène à celle de l'équilibre d'un seul voussoir.

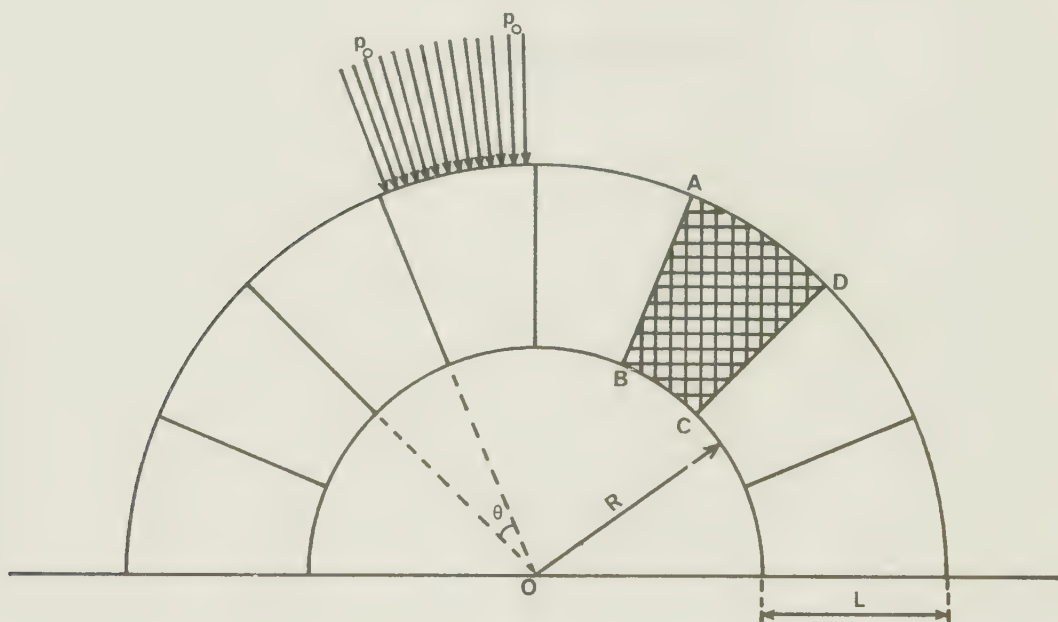


Fig. 4 - 1

sur la figure (4-2) .

A

p

P

p

P

0

T



Nous étudierons l'équilibre d'un voussoir suivant trois hypothèses faites sur le sens de la contrainte tangentielle τ .

411.- Cas où $\tau > 0$, la contrainte tangentielle est dirigée vers le centre de la voûte.

Ecrivons les équations d'équilibre.

I.- L'équilibre du volume de terre d'un voussoir se ramène à la seule équation de projection sur OO' puisque le problème est symétrique :

$$P_0 - P_1 - 2 Q \sin \theta/2 + 2 T \cos \theta/2 = 0 \quad (1)$$

L'équilibre d'un élément radial $[R+1, R+1+dl]$ de ce volume s'écrit de façon analogue :

$$dP + 2 \tau dl \cos \theta/2 - 2 q dl \sin \theta/2 = 0 \quad (2)$$

En fait, (1) est satisfaite si la fonction $P(l)$ satisfait (2) et la condition à la limite :

$$\vec{P}(L) = \int_0^\theta \vec{p}_0(R+L) d\theta \quad (0)$$

On peut écrire ces équations sous les formes suivantes :

$$P'_0 \cos \omega_0 - P'_1 \cos \omega_1 - Q \sin \theta/2 + T \cos \theta/2 = 0 \quad (1)$$

$$d(P' \cos \omega) + \tau dl \cos \theta/2 - q dl \sin \theta/2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{où } \vec{P}'_0 = \int_{\widehat{AO'}} \vec{p}_0(R+L) d\theta \quad \text{avec } \omega_0 \text{ angle de } \vec{P}'_0 \text{ avec } OO'$$

$$\vec{P}'_1 = \int_{\widehat{BO''}} \vec{p}_1(R) d\theta \quad \text{avec } \omega_1 \text{ angle de } \vec{P}'_1 \text{ avec } OO'$$

II.- L'équation d'équilibre du voussoir (terre+armatures+peau) s'écrit :

$$\cos \omega_0 P'_0 - Q \sin \theta/2 = 0 \quad (3)$$

III.- L'équation d'équilibre des armatures est

$$T = P'_1 \cos(\theta/2 - \omega_1) \quad (4)$$

La combinaison des équations (1) et (3) donne :

$$T \cos \theta/2 = P'_1 \cos \omega_1 \quad (5)$$

Le système (1), (2), (3), (4) est équivalent au système (0), (2), (3), (4) et (5). La comparaison de (4) et (5) montre que l'on doit avoir :

$$\cos(\theta/2 - \omega_1) \cdot \cos \theta/2 = \cos \omega_1$$

$$\text{ou } \cos(\theta - \omega_1) = \cos \omega_1$$

$$\text{d'où l'on déduit } \omega_1 = \theta/2 \quad (6)$$

Nous supposerons cette condition vérifiée. Elle montre que la distribution des contraintes p_1 n'est pas quelconque. Il reste donc les équations : (0), (2), (3) à satisfaire.

Posons $p = \frac{P(1)}{(R+1)\theta}$, que nous appellerons pression radiale moyenne.

L'équation générale (2) s'écrit alors :

$$\frac{dp}{p} = \frac{dl}{R+1} \left[-1 - \frac{\tau}{p} \frac{\cos \theta/2}{\theta/2} + \frac{q}{p} \frac{\sin \theta/2}{\theta/2} \right] \quad (7)$$

Cette équation s'intègre aisément si les rapports $\frac{\tau}{p}$ et $\frac{q}{p}$ sont constants.

-N.B. Nous traiterons ultérieurement le cas de $\frac{\tau}{p}$ et $\frac{q}{p}$ variables en fonction de l .

Calculs dans l'hypothèse où :

- les rapports $\frac{T}{p} = fK$ et $\frac{q}{p} = K$ sont constants sur tout le segment $(0, L)$.

K est évidemment positif. Comme la traction de l'armature $2T = \int_{AB} \tau dl$

est positive, f l'est également. La solution de (7) est alors :

$$p = p_1 \left(1 + \frac{l}{R}\right)^\alpha \quad (8) \quad \text{avec} \quad \alpha = -1 - fK \frac{\cos \theta/2}{\theta/2} + K \frac{\sin \theta/2}{\theta/2}$$

p_1 est déterminée par la condition (0) : $\vec{P}(L) = \int_0^\theta \vec{p}_0 (R + L) d\theta$

$$\text{d'où} \quad p_0 = p_1 \left(1 + \frac{L}{R}\right)^\alpha \quad (9)$$

Evaluons $P'_1 \cos \omega_1$, $P'_0 \cos \omega_0$ et Q :

$$P'_1 \cos \omega_1 = p_1 R \frac{\theta}{2} \quad (10)$$

$$P'_0 \cos \omega_0 = p_0 \frac{\sin \theta/2}{\theta/2} (R+L) \frac{\theta}{2} = p_1 \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} R \frac{\theta}{2} \quad (11)$$

$$\text{Soit : } \int_0^L p dl = \frac{p_1 R}{\alpha + 1} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} - 1 \right]$$

$$\text{et } Q = \int_0^L q dl = K \int_0^L p dl$$

$$\text{d'où} \quad Q = \frac{K p_1 R}{\alpha + 1} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} - 1 \right] \quad (12)$$

Il reste à satisfaire la condition (3) : $P'_0 \cos \omega_0 - Q \sin \theta/2 = 0$
 Elle s'écrit aussi :

$$p_1 \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} R \frac{\theta}{2} - \frac{K p_1 R}{\alpha+1} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} - 1 \right] \sin \theta/2 = 0$$

$$\text{ou } \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} = \frac{K}{\alpha+1} \frac{\sin \theta/2}{\theta/2} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} - 1 \right]$$

$$\text{or } \alpha+1 = \frac{K \sin \theta/2}{\theta/2} \left[1 - f \cotg \theta/2 \right]$$

$$\text{d'où } \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} \left[1 - f \cotg \theta/2 \right] - \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} + 1 = 0$$

$$\text{et } \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} f \cotg \theta/2 = 1$$

$$\text{donc } \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} = \frac{\tg \theta/2}{f} \quad (13)$$

$\frac{L}{R}$ est positif, donc on doit satisfaire à :

$$(\alpha+1) \left(\frac{\tg \theta/2}{f} - 1 \right) > 0$$

or $\theta/2$ est petit et par conséquent $\tg \theta/2 < f$, donc $\frac{\tg \theta/2}{f} - 1 < 0$,

il faut donc que nous ayons $\alpha+1 < 0$ et par la suite $\alpha < -1$. Donc, la pression radiale moyenne p décroît du parement de la voûte à la périphérie : $p_0 < p_1$ (14)

412.- Cas où $\tau < 0$: la contrainte tangentielle est dirigée vers l'extérieur.
 Reprenons les équations d'équilibre.

I.- Equilibre du volume de terre

$$P_0 - P_1 - 2 Q \sin \theta/2 - 2 T \cos \theta/2 = 0 \quad (15)$$

équilibre de l'élément radial

$$dP - 2 \tau dl \cos \theta/2 - 2 q dl \cos \theta/2 = 0 \quad (16)$$

La condition (0) reste inchangée :

$$P(L) = \int_0^{\theta} P_0 (R+L) d\theta \quad (0)$$

Nous écrivons (15) et (16) sous les formes analogues au (411)

$$P'_0 \cos \omega_0 - P'_1 \cos \omega_1 - Q \sin \theta/2 - T \cos \theta/2 = 0 \quad (15)$$

$$d(P' \cos \omega) - \tau dl \cos \theta/2 - q dl \sin \theta/2 = 0 \quad (16)$$

II.- Equilibre du voussoir

$$P'_0 \cos \omega_0 - Q \sin \theta/2 = 0 \quad (3) \quad (17)$$

III.- Equilibre des armatures

$$T + P'_1 \cos (\theta/2 - \omega_1) = 0 \quad (18)$$

la combinaison de (15) et (17) donne :

$$T \cos \theta/2 + P'_1 \cos \omega_1 = 0 \quad (19)$$

La comparaison de (18) et (29) donne :

$$T + P'_1 \cos(\theta/2 - \omega_1) = T + P'_1 \cos \omega_1 / \cos \theta/2$$

$$d'où \cos \omega_1 = \cos(\theta/2 - \omega_1) \cos \theta/2$$

$$\text{et on retrouve} \quad \omega_1 = \theta/2 \quad (6)$$

En supposant cette condition vérifiée, il ne nous reste qu'à satisfaire les équations : (0), (15) et (16).

Posons $p = \frac{P(1)}{(R+1)^\theta}$, l'équation générale (16) s'écrit alors :

$$\frac{dp}{p} = \frac{dL}{R+1} \left[-1 + \frac{\tau}{p} \frac{\cos \theta/2}{\theta/2} + \frac{q}{p} \frac{\sin \theta/2}{\theta/2} \right] \quad (20)$$

$$\text{d'où } p = \bar{p}_1 \left(1 + \frac{L}{R}\right)^\alpha \quad (8)$$

avec

$$\alpha = -1 + fK \frac{\cos \theta/2}{\theta/2} + K \frac{\sin \theta/2}{\theta/2}$$

avec bien entendu l'hypothèse de $\frac{\tau}{p} = fK = c^{te}$ et $\frac{q}{p} = c^{te} = K$

Remarquons tout de suite la modification de l'expression de α par rapport au cas

$\tau > 0$

$$\text{Soit } p_o \frac{\sin \theta/2}{\theta/2} = p_1 \left(1 + \frac{L}{R}\right)^\alpha \quad (9)$$

Evaluons P' , $\cos \omega_1$, $P'_o \cos \omega_o$ et Q :

$$P'_1 \cos \omega_1 = p_1 R \frac{\theta}{2} \quad (10)$$

$$P'_o \cos \omega_o = p_1 \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} R \frac{\theta}{2} \quad (11)$$

$$\text{et } Q = \frac{K p_1 R}{\alpha+1} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} - 1 \right] \quad (12)$$

Ecrivons la condition (17) (3) : $P'_o \cos \omega_o - Q \sin \theta/2 = 0$
Elle peut aussi s'écrire :

$$\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} = \frac{K}{\alpha+1} \frac{\sin \theta/2}{\theta/2} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} - 1 \right]$$

$$\text{Or } \alpha+1 = \frac{K \sin \theta/2}{\theta/2} \left[1 + f \cotg \theta/2 \right]$$

$$\text{d'où } \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} \left[1 + f \cotg \theta/2 \right] - \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} + 1 = 0$$

$$\text{et } \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} f \cotg \theta/2 = -1$$

$$\text{donc } \boxed{\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1} = \frac{-\text{tg } \theta/2}{f}} \quad (21)$$

$\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha+1}$ est positif, ainsi que $\text{tg } \theta/2$. Alors, il faudrait que l'on ait $f < 0$ pour que l'équation (21) soit vérifiée, ce qui est impossible. Nous déduisons donc que pour $\tau < 0$, l'équilibre du voussoir n'est jamais assuré. et par suite l'hypothèse $\tau < 0$, n'est pas vraisemblable.

413.- Cas où le sens τ est non uniforme (fig. 4.3.)

Nous traiterons dans ce paragraphe le cas où la contrainte tangentielle τ est supposée être dirigée dans les deux sens possibles c'est-à-dire qu'une fraction de τ est dirigée vers l'intérieur de la voûte et l'autre fraction vers l'extérieur.

Nous sommes donc amenés à considérer ce cas par suite de la non concordance des résultats du premier cas ($\tau > 0$) avec les résultats expérimentaux et de l'impossibilité du problème pour $\tau < 0$.

Nous reprendrons les calculs déjà effectués pour les deux premiers cas et nous traiterons en outre le problème pour K variable le long du voussoir.

Introduisons un coefficient a variant de 0 à 1 qui permet de caractériser le sens de la contrainte de cisaillement sur l'armature. Sur la fraction d'armature comprise entre 0 et aL (comptée à partir de la peau), τ sera négatif (donc contrainte dirigée vers l'extérieur de la voûte) et sur la partie (aL, L) τ sera positif et dirigé vers l'intérieur de la voûte (fig. 4.5.).

Le coefficient " a " sera appelé "le facteur de non uniformité". La force de traction le long de l'armature sera croissante à partir d'une certaine valeur non nulle près de la peau atteindra son maximum pour l'abscisse aL et décroîtra ensuite jusqu'à la valeur zéro à l'extrémité libre de l'armature. (fig. 4.4.)

Il est très probable que le coefficient a n'est pas le même pour tous les voussoirs. Mais pour ne pas compliquer les calculs nous supposons que pour un voussoir donné, il a la même valeur sur les deux armatures.

Les équations d'équilibre des différents éléments s'écrivent alors de manière analogue aux cas précédemment utilisés.

* Equilibre du volume de terre

$$P_0 - P_1 - 2Q \sin \theta/2 + 2T \cos \theta/2 \cdot (1 - 2a) = 0$$

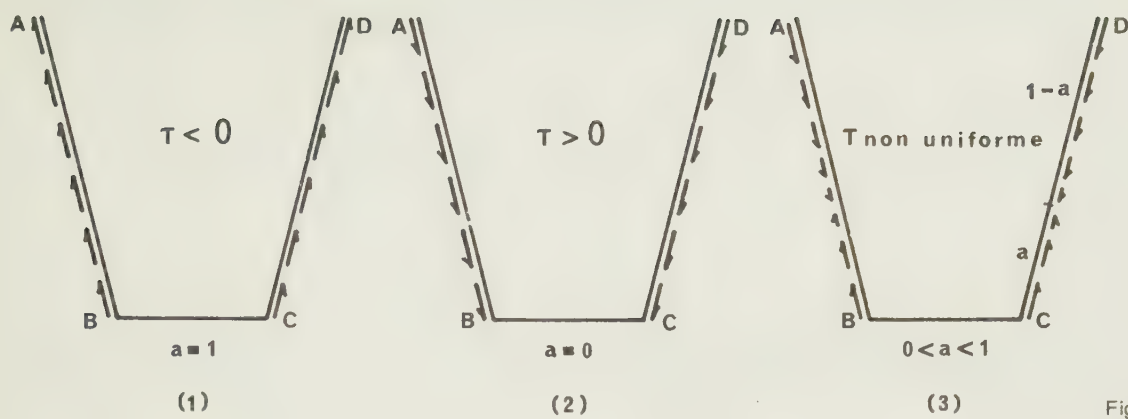


Fig. 4 - 3

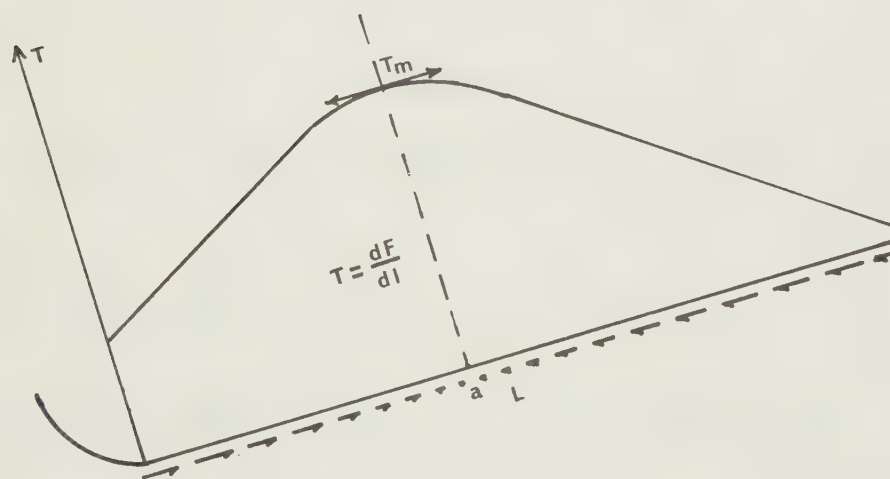


Fig. 4 - 4

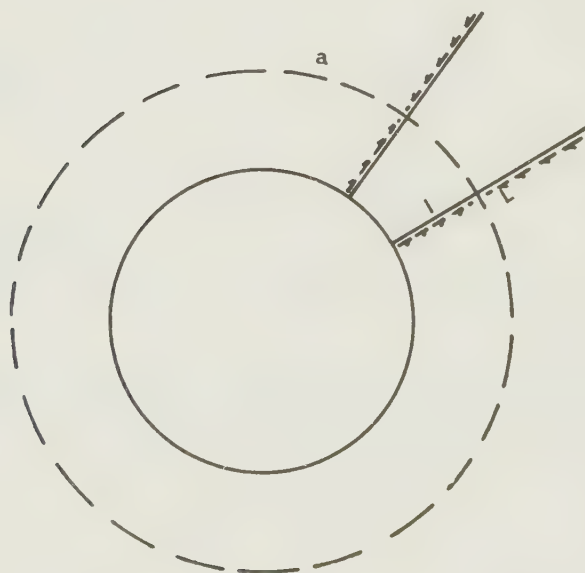


Fig. 4 - 5

* L'équilibre d'un élément radial $(R + \ell, R + \ell + d\ell)$ de ce volume de terre s'écrit de façon analogue suivant la valeur de ℓ

$$0 < \ell < aL \quad \text{où} \quad \tau < 0$$

$$dP - 2 \tau d\ell \cos \theta/2 - 2q d\ell \cos \theta/2 = 0 \quad (1)$$

$$aL < \ell \leq L \quad \text{où} \quad \tau > 0$$

$$dP + 2\tau d\ell \cos \theta/2 - 2q d\ell \sin \theta/2 = 0 \quad (2)$$

Les solutions de ces équations doivent vérifier en outre les deux conditions aux limites suivantes :

$$P^{\rightarrow}(L) = \int_0^{\theta} \vec{p}_0 (R + L) d\theta$$

. continuité des solutions en aL

Si nous définissons la pression moyenne radiale par la relation

$$p = \frac{P(\ell)}{(R + \ell)\theta} \quad \text{les équations (1) et (2) s'écrivent alors :}$$

$$\tau < 0 \quad \frac{dp}{p} = \frac{d\ell}{R + \ell} \left(-1 + \frac{\tau}{p} \frac{\cos \theta/2}{\theta/2} + \frac{q}{p} \frac{\sin \theta/2}{\theta/2} \right)$$

$$\tau > 0 \quad \frac{dp}{p} = \frac{d\ell}{R + \ell} \left(-1 - \frac{\tau}{p} \frac{\cos \theta/2}{\theta/2} + \frac{q}{p} \frac{\sin \theta/2}{\theta/2} \right)$$

Elles s'intègrent aisément.

$$\tau < 0 \quad p_n = A_n \left(1 + \frac{\ell}{R} \right)^{\alpha_1}$$

$$\text{avec} \quad \alpha_1 = -1 + fK \frac{\cos \theta/2}{\theta/2} + K \frac{\sin \theta/2}{\theta/2}$$

$$\tau > 0 \quad p_p = A_p \left(1 + \frac{\ell}{R} \right)^{\alpha_2}$$

$$\text{avec} \quad \alpha_2 = -1 - fK \frac{\cos \theta/2}{\theta/2} + K \frac{\sin \theta/2}{\theta/2}$$

avec bien entendu l'hypothèse de $\frac{\tau}{p} = fK = \text{cte}$ et $\frac{q}{p} = K$

Les conditions aux limites permettent de déterminer les constantes A_n et A_p

$$\ell = L \quad p_p = p_o$$

$$p_p = A_p \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2} = p_o \quad \text{d'où} \quad A_p = p_o \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2}$$

$$\ell = aL \quad p_n = p_p$$

$$A_n \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_1} = A_p \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2}$$

$$\text{d'où} \quad A_n = A_p \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_1} \cdot \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2} = A_p \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_1 - \alpha_2}$$

$$A_n = p_o \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2} \cdot \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_1 - \alpha_2}$$

En réalité l'angle θ du voussoir est petit donc $\frac{\sin \theta/2}{\theta/2}$ est voisin de 1 alors que $\frac{\cos \theta/2}{\theta/2}$ est grand. On peut déduire que le coefficient α_1 est positif alors que le coefficient α_2 est négatif. Il s'en suit donc que la pression radiale à l'intérieur du voussoir croît à partir de la peau puis décroît à partir de aL jusqu'à atteindre la valeur p_o

* Il faut vérifier maintenant l'équation d'équilibre du voussoir (terre + armature + peau)

$$P'_o \cos \omega_o - Q \sin \theta/2 = 0 \quad (3)$$

On calcule Q de la même manière que précédemment

$$Q = \int_0^L q d\ell = K \int_0^{aL} A_n \left(1 + \frac{\ell}{R}\right)^{\alpha_1} d\ell + R \int_{aL}^L A_p \left(1 + \frac{\ell}{R}\right)^{\alpha_2} d\ell$$

$$Q = \left[\frac{AnR}{\alpha_1 + 1} \left(1 + \frac{\ell}{R}\right)^{\alpha_1 + 1} \right]_0^{aL} K + \left[\frac{ApR}{\alpha_2 + 1} \left(1 + \frac{\ell}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} \right]_{aL}^L K$$

$$Q = \frac{RA_n K}{\alpha_1 + 1} \left[\left(1 + \frac{aL}{R}\right)^{\alpha_1 + 1} - 1 \right] + \frac{A_p K R}{\alpha_2 + 1} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} - \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} \right] \quad (4)$$

$$\text{avec } A_p = p_o \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2}$$

$$A_n = p_o \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2} \cdot \left(1 + \frac{aL}{R}\right)^{\alpha_2 - \alpha_1}$$

On trouve en les remplaçant dans l'expression (4)

$$Q = \frac{p_o K R}{\alpha_1 + 1} \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2} \left[\left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} - \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 - \alpha_1} \right] + \frac{p_o K R}{\alpha_2 + 1} \left[\frac{R + aL}{R + L} \right]^{\alpha_2 + 1} \left(1 + \frac{L}{R}\right)$$

Evaluons $P'_o \cos \omega_o$

$$P'_o \cos \omega_o = p_o (R + L) \theta / 2$$

En reportant dans l'équation (3) les valeurs de $P'_o \cos \omega_o$ et $Q \sin \theta / 2$ on trouve une équation en $\frac{L}{R}$ assez compliquée. La résolution de cette équation ne pourra donc être faite que sur ordinateur.

Cette équation détermine une longueur critique L_c . Si la longueur des armatures est inférieure à cette valeur particulière, l'équation n'est pas vérifiée et l'équilibre du voussoir n'est pas assuré. Il y a alors des déformations qui aboutissent en général à un nouvel état d'équilibre (en particulier le rayon diminue et nous avons vu que la longueur critique est proportionnelle au rayon de la voûte.)

$$P'_o \cos \omega_o - Q \sin \theta / 2 = 0$$

$$p_o (R + L) \theta / 2 = \frac{p_o K R}{\alpha_1 + 1} \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2} \left[\left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} - \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 - \alpha_1} \right] \sin \theta / 2$$

$$+ \frac{p_o K R}{\alpha_2 + 1} \left[\frac{1 + \frac{aL}{R}}{1 + \frac{L}{R}} \right]^{\alpha_2 + 1} \left(1 + \frac{L}{R}\right) \sin \theta / 2$$

On trouve finalement

$$\left(1 + \frac{L}{R}\right) \sin \theta/2 = \frac{K}{\alpha_2 + 1} \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2} \left[\frac{\alpha_2 + 1}{\left(1 + a \frac{L}{R}\right)} - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\left(1 + a \frac{L}{R}\right)} \right] \sin \theta/2 + \frac{K}{\alpha_2 + 1} \left[\frac{\frac{aL}{1 + \frac{L}{R}}}{1 + \frac{L}{R}} \right]^{\alpha_2 + 1} \left(1 + \frac{L}{R}\right) \sin \theta/2$$

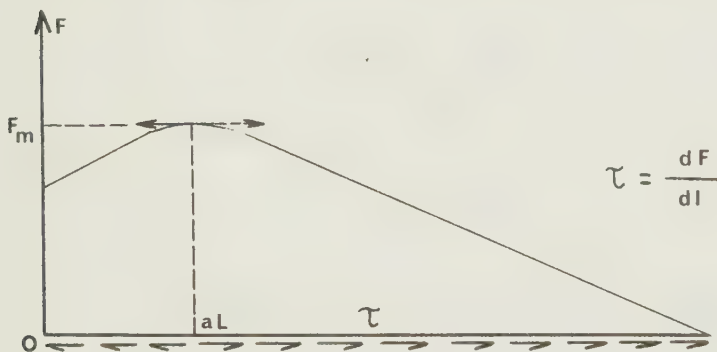
On remarque que les coefficients de cette équation en L/R ne dépendent plus de R et on arrive à une solution du type :

$$\frac{L}{R} = C(a, f, K)$$

Nous trouvons donc que la longueur critique est directement proportionnelle à R , ce qui confirme les résultats expérimentaux du chapitre précédent.

Etude de la pression de rupture

Nous avons constaté que l'effort de traction dans l'armature est maximum à une certaine distance aL du parement. Les contraintes de cisaillement sur l'armature sont indiquées ci-dessous



$$\tau = \frac{dF}{dl}$$

$$F_m = \int_{aL}^L \tau dl$$

Or nous savons que $\tau = f K p_p$ avec

f = le coefficient de frottement terre armature

K = le coefficient caractérisant l'état du milieu

p_p = la pression radiale exercée

d'où en reportant on a :

$$F_m = fK \int_{aL}^L A_p \left(1 + \frac{\ell}{R}\right)^{\alpha_2} \text{ avec}$$

$$\alpha_2 = -1 - fK \frac{\cos \theta/2}{e/2} + K \frac{\sin \theta/2}{\theta/2}$$

$$A_p = p_o \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2}$$

$$F_m = \left[\frac{A_p R}{\alpha_2 + 1} \left(1 + \frac{\ell}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} \right]_{aL}^L = \frac{fK A_p R}{\alpha_2 + 1} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} - \left(1 + \frac{aL}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} \right]$$

Si l'on appelle R_T la résistance à la traction des armatures on doit avoir $R_T \geq F_m$ pour que les conditions d'équilibre soient respectées. Si on appelle p_m la pression maximale admissible que peut supporter la voûte avant qu'une armature casse, on a pour un voussoir donné :

$$\frac{R_T}{fK} = \frac{A_p R}{\alpha_2 + 1} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} - \left(1 + \frac{aL}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} \right]$$

$$\frac{R_T}{fK} = \frac{R p_m}{\alpha_2 + 1} \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2} \left[\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} - \left(1 + \frac{aL}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} \right]$$

$$\text{d'où } p_m = R_T \frac{\alpha_2 + 1}{fKR} \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2} \frac{1}{\left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 + 1} - \left(1 + a \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 + 1}}$$

Nous constatons donc :

★ la pression de rupture p_m est directement proportionnelle à la résistance des armatures.

★ la pression de rupture est une certaine fonction de $\frac{1}{R}$. Le calcul ne peut se faire que sur ordinateur

★ la pression de rupture est fonction de θ angle du voussoir puisqu'on sait que L/R est une fonction linéaire de θ .

Cas où τ n'est pas uniforme et K n'est pas constant.

Nous allons supposer dans ce paragraphe que le coefficient K qui caractérise l'état du milieu n'est pas constant mais de la forme :

$$K = K_p - \frac{(K_p - K_o) \ell}{L}$$

On trouve comme précédemment pour :

$$\tau < 0 \quad \frac{dp}{p} = \frac{d\ell}{R+\ell} \left[-1 + \frac{\tau}{p} \frac{\cos\theta/2}{\theta/2} + \frac{q}{p} \frac{\sin\theta/2}{\theta/2} \right] \quad (1)$$

$$\tau > 0 \quad \frac{dp}{p} = \frac{d\ell}{R+\ell} \left[-1 - \frac{\tau}{p} \frac{\cos\theta/2}{\theta/2} + \frac{q}{p} \frac{\sin\theta/2}{\theta/2} \right] \quad (2)$$

$$\text{avec } \frac{\tau}{p} = f \left[K_p - \frac{(K_p - K_o) \ell}{L} \right], \quad \frac{q}{p} = K_p - \frac{(K_p - K_o) \ell}{L}$$

d'où en remplaçant dans (1) on a :

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\ell}{R+\ell} \left[-1 + f K_p \frac{\cos\theta/2}{\theta/2} + K_p \frac{\sin\theta/2}{\theta/2} \right] - \frac{d\ell}{(R+\ell) L} \frac{(K_p - K_o) \ell}{L} \left[f \frac{\cos\theta/2}{\theta/2} + \frac{\sin\theta/2}{\theta/2} \right]$$

Posons $A = \frac{\sin \theta/2}{\theta/2} + f \frac{\cos \theta/2}{\theta/2}$

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\ell}{R+\ell} \left[-1 + K_p A \right] - \frac{d\ell (K_p - K_o) \ell}{(R+\ell) L} A$$

$$\frac{dp}{p} + \frac{d\ell}{(R+\ell)} \frac{A \ell (K_p - K_o)}{L} + \frac{d\ell}{R+\ell} \left[1 - K_p A \right] = 0$$

$$\text{Log } p + (1 - AK_p) \text{Log } (R+\ell) + \frac{A}{L} (K_p - K_o) \left[R+\ell - R \text{Log } (R+\ell) \right] = C = \text{cte}$$

La constante C est déterminée par les conditions aux limites :

$$\ell = L \quad p = p_o$$

$$\text{Log } p_o + (1 - AK_p) \text{Log } (R+L) + \frac{A}{L} (K_p - K_o) \left[R+L - R \text{Log } (R+L) \right] = C$$

d'où en reportant

$$\text{Log } p - \text{Log } p_o + (1 - AK_p) \left[\text{Log } (R+\ell) - \text{Log } (R+L) \right] + \frac{A}{L} (K_p - K_o) \left[\ell - R \text{Log } (R+\ell) - L + R \text{Log } (R+L) \right] = 0$$

$$\text{Log } \frac{p}{p_o} + (1 - AK_p) \text{Log } \frac{R+\ell}{R+L} + \frac{A}{L} (K_p - K_o) \left[\ell - L + R \text{Log } (R+L) - R \text{Log } (R+\ell) \right] = 0$$

on trouve finalement :

$$\text{Log } p/p_o = (AK_p - 1) \text{Log } \left(\frac{R+\ell}{R+L} \right) + \frac{A}{L} (K_p - K_o) \left[L - \ell + R \text{Log } (R+\ell) - R \text{Log } (R+L) \right]$$

$$p/p_o = \left[\frac{R+\ell}{R+L} \right]^{(AK_p - 1)} \cdot \left[\frac{R+\ell}{R+L} \right]^{\frac{AR}{L}} (K_p - K_o) \quad \text{ou} \quad \frac{A}{L} (K_p - K_o) (L - \ell)$$

L'expression est finalement de la forme

$$p_n = p_o \left(1 + \frac{\ell}{R} \right)^\alpha \quad \alpha = \frac{-\gamma \ell}{L}$$

$$\text{avec } \mu = e^{\frac{A}{L} (K_p - K_0)} \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha}$$

$$\gamma = \frac{A}{L} (K_p - K_0)$$

$$\alpha = AK_p - 1 + \frac{AR}{L} (K_p - K_0)$$

Nous voyons que nos différentes relations se compliquent de plus en plus. En principe on refait le même calcul pour $\tau > 0$ et la condition aux limites $p_n(aL) = p_p(aL)$ doit être vérifiée. L'ensemble des calculs sera effectué sur ordinateur et publié prochainement dans un second rapport.

CONCLUSIONS

L'hypothèse de l'uniformité de la pression p_0 exercée sur une voûte en terre armée a permis de ramener l'étude de l'équilibre de la voûte à celle de l'équilibre d'un seul voussoir. Cette étude présente en effet l'avantage d'être assez simple et en même temps applicable au cas général d'une voûte soumise à une pression p non uniforme. Il suffit, dans ce dernier cas, d'effectuer les calculs pour le voussoir le plus sollicité, en supposant seulement que la pression exercée sur chaque voussoir est uniforme.

La méconnaissance des efforts de traction dans les armatures et l'impossibilité de les déterminer expérimentalement dans le cadre de cette étude, nous ont conduit à émettre trois hypothèses différentes concernant le sens de la contrainte tangentielle τ le long des armatures et à effectuer les calculs correspondants à chacune d'elles.

Dans la première hypothèse, l'effort de traction est maximum près de la peau et la contrainte tangentielle τ est dirigée vers le centre de la voûte ; on y a posé $\tau > 0$. Les calculs effectués suivant cette hypothèse aboutissent à un résultat qui est en contradiction avec les résultats de l'expérience d'une part et d'autre part avec ceux tirés de la littérature ; à savoir : la pression appliquée au parement intérieur de la voûte (les éléments de peau pour les voûtes en terre armée) est supérieure à la pression appliquée sur la voûte par le massif l'entourant. Cette première hypothèse n'étant pas satisfaisante, on considère la seconde dans laquelle $\tau < 0$ et la traction dans l'armature atteint son maximum à l'extrémité libre de celle-ci. Les calculs montrent que dans ce cas, l'équilibre du voussoir n'est jamais assuré et que par suite, l'hypothèse $\tau \leq 0$ n'est pas vraisemblable.

Dans la troisième hypothèse, la traction atteint son maximum vers le milieu de l'armature et la contrainte tangentielle τ est non uniforme c'est-à-dire $\tau < 0$ de la peau jusqu'au point correspondant au maximum de la traction et $\tau > 0$ au-delà de ce point. Les essais ont montré que l'est en première approximation égale à 0,48.

Pour ce qui est du coefficient K nous avons considéré les hypothèses suivantes :

1°) K constant dans tout le voussoir et $K = K_p$

2°) K fonction linéaire de la longueur d'armatures pour $\ell = 0$, $K = K_p$ et

$$K = K_0 \text{ pour } \ell = L \quad \text{d'où} \quad K = K_p - \frac{(K_p - K_0)}{L}$$

Cette deuxième hypothèse étant plus proche de la réalité.

Cependant, étant donné les difficultés pratiques de calcul nous donnons l'ensemble des résultats dans un prochain rapport sur les demi-voûtes en terre armée.

L'étude théorique de l'évolution de la pression limite p_n en fonction des différents paramètres montre par ailleurs que p_n est directement proportionnelle à la résistance R_T des armatures.

CHAPITRE V

Comparaison des résultats

V.- COMPARAISON DES RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX

L'application, au cas des modèles bidimensionnels de voûtes en terre armée, de la formule théorique proposée dans le cadre de l'étude, ainsi que la comparaison de ces résultats avec ceux de l'étude expérimentale, constituent les objets essentiels de ce chapitre. Nous donnons d'autre part une application numérique de la méthode de calcul de HEWETT-JOHANNESSON, qui conduit à la détermination de K autour de la voûte, sous différentes charges.

Enfin une méthode de dimensionnement sera proposée: elle permettra le calcul rapide des voûtes en terre armée à partir des abaques et des tableaux numériques.

51.- Méthode de HEWETT-JOHANNESSON (applications numériques)

On calcule le coefficient de poussée latérale K de manière que les moments soient nuls. Ainsi ayant (cf. Chapitre 3)

$$M = K a_1 (n_6 \cdot \gamma \cdot a^2 + n_7 \cdot \gamma \cdot a \cdot h) + n_1 a_1 W + n_2 \gamma a_1 a^2 + n_4 a_1 a P$$

pour que $M = 0$

$$\text{il faut : } K = - \frac{n_1 W + n_2 \gamma a^2 + n_4 a P}{n_6 \gamma a^2 + n_7 \gamma a h}$$

Effectuons les calculs dans le cas du modèle étudié (modèle bidimensionnel de largeur $b=5\text{cm}$)

Soit :

a	3,75 cm ; 6,35 cm ; 7,65 cm
γ	6,2 g/cm ² soit 31 g/cm pour modèle bidimensionnel
h + L	46,25 cm ; 33,65 cm ; 32,35 cm L longueur d'armature
α	l'angle que fait le rayon vecteur avec l'axe vertical

Pour la partie supérieure de la voûte, nous avons :

$$n_1 = \frac{1}{\pi^2} + \frac{3}{32} - \frac{11}{24\pi} \cos \alpha - \frac{\alpha}{2\pi} \sin \alpha \quad \text{pour } \alpha = 0 \quad n_1 = 0,05$$

$$n_2 = \frac{1}{4} - \frac{8}{9\pi} - \frac{3}{32} + \frac{\cos \alpha}{48} - \frac{\sin^2 \alpha}{2} + \frac{1}{4} \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha + \frac{\alpha}{2} \sin \alpha + \frac{\cos^3 \alpha}{3}$$

$$n_2 = 0,03$$

$$n_4 = \frac{1}{4} - \frac{\sin^2 \alpha}{2} \quad \text{pour } \alpha = 0 \quad n_4 = 0,25$$

$$n_6 = \frac{5}{12} - \frac{5}{8} \cos \alpha - \frac{1}{6} (1 - \cos \alpha)^3 \quad \text{pour } \alpha = 0 \quad n_6 = -0,21$$

$$n_7 = -\frac{1}{4} + \frac{\sin^2 \alpha}{2} \quad \text{pour } \alpha = 0 \quad n_7 = -0,25$$

Nous calculerons les valeurs de K, dans le cas du modèle bidimensionnel, pour des voûtes de différents rayons. Le coefficient K ainsi calculé est celui de la terre contenue dans le voussoir de clé (angle α nul).

Les résultats seront représentés sous forme de tableaux. Rappelons que :

$$W = \frac{1}{2} \gamma \pi \left[(R+L)^2 - R^2 \right] \quad \text{et } P = (\gamma h + q)$$

Tableau N° 1 q = 0

a	W.b	aP.b	a γ h.b	a ² γ .b	h	K
3.75	8560	4220	4220	434	36	1,31
6,35	9000	4910	4910	1240	25	1,15
7,65	12300	5200	5200	1800	22	1,19

Tableau N° 2

 $q = 700 \text{ g/cm}$

a	W.b	aP.b	$a \gamma h.b$	$a^2 \gamma .b$	h	K
3,75	8560	6840	4220	434	36	1,88
6,35	9000	9360	4910	1240	25	1,90
7,65	12300	10550	5200	1800	22	1,97

Tableau N° 3

 $q = 1000 \text{ g/cm}$

a	W.b	aP.b	$a \gamma h.b$	$a^2 \gamma .b$	h	K
3,75	8560	7970	4220	434	36	2,12
6,35	9000	11260	4910	1240	25	2,22
7,65	12300	13850	5200	1800	22	2,46

Nous remarquons que le coefficient K a toujours une valeur supérieure à K_0 et qui tend vers K_p au fur et à mesure que la surcharge q augmente. Cependant, cette méthode ne fournit aucune information en ce qui concerne la résistance en traction des armatures et leur longueur critique.

52.- Résultats expérimentaux

521.- Résultats de l'analyse dimensionnelle

La théorie de l'analyse dimensionnelle appliquée au problème des voûtes en terre armée aboutit, compte tenu de certaines données expérimentales, aux relations suivantes : (cf. chapitre II)

$$p_r = g(\phi, f) \cdot \frac{R_T}{R^2} \cdot \frac{1}{\theta} \quad \text{qui est l'équation d'équilibre vis-à-vis de la rupture}$$

et $L \geq k(\phi, f) \cdot R \cdot \theta$ qui est la condition d'adhérence.

Les fonctions g et k ne pouvant être explicitées, leurs valeurs respectives ont été obtenues à partir de l'étude expérimentale faite sur le modèle bidimensionnel. Ces valeurs, ne dépendant d'ailleurs que des caractéristiques du milieu (angle de frottement interne des rouleaux, coefficient de frottement rouleaux-armature), restent constantes pour toute l'étude.

$$\text{Soient: } g(\phi, f) = 16$$

$$\text{et } k(\phi, f) = 3,6$$

L'expression de la pression à la rupture p_r s'écrit donc :

$$p_r = 16 \frac{R_T}{R^2} \cdot \frac{1}{\theta}$$

La condition d'adhérence devenant : $L \geq L_c$

$$\text{et } L_c = 3,6 R \cdot \theta$$

Une application numérique est faite dans les cas de voûtes étudiées sur le modèle réduit. Nous donnerons dans un tableau les valeurs de la longueur critique correspondant aux différents cas, ainsi que la pression p_r en fonction de la résistance en traction des armatures R_T .

Tableau 5-4

$\theta \backslash R_{cm}$	3,75	6,35	7,65
$\frac{\pi}{4}$	$L_c = 10,8 \text{ cm}$ $p_r = 1,41 R_T$	$L_c = 13 \text{ cm}$ $p_r = 0,5 R_T$	$L_c = 21,6 \text{ cm}$ $p_r = 0,35 R_T$
$\frac{\pi}{5}$	$L_c = 9 \text{ cm}$ $p_r = 1,7 R_T$	$L_c = 14,4 \text{ cm}$ $p_r = 0,63 R_T$	$L_c = 17,3 \text{ cm}$ $p_r = 0,44 R_T$
$\frac{\pi}{6}$	$L_c = 7,2 \text{ cm}$ $p_r = 2,13 R_T$	$L_c = 12 \text{ cm}$ $p_r = 0,75 R_T$	$L_c = 14,4 \text{ cm}$ $p_r = 0,53 R_T$
$\frac{\pi}{8}$	$L_c = 5,4 \text{ cm}$ $p_r = 2,75 R_T$	$L_c = 9 \text{ cm}$ $p_r = R_T$	$L_c = 10,8 \text{ cm}$ $p_r = 0,7 R_T$
$\frac{\pi}{10}$	$L_c = 4,5 \text{ cm}$ $p_r = 3,4 R_T$	$L_c = 7,2 \text{ cm}$ $p_r = 1,23 R_T$	$L_c = 8,6 \text{ cm}$ $p_r = 0,88 R_T$

N.B. Les cases encadrées de traits forts correspondent aux essais réalisés sur modèle réduit.

REMARQUE : l'Analyse dimensionnelle s'avère impuissante quant au calcul des voûtes ayant une longueur d'armature inférieure à L_c . Cependant, le phénomène très important d'autostabilité nous permet de calculer la pression à la rupture p_r en tenant compte des déformations subies par la voûte.

Expliquons brièvement le mode de calcul de P_r dans le cas où $L < L_c$:

- soit une voûte de rayon R_1 et d'angle de voussoir θ_1 , avec $L_1 < L_{c1}$

- or $L_1 = L_{c2}$ pour une voûte de rayon R_2 et d'angle θ_1

R_2 est déterminé à partir de la formule :

$$L_{c2} = 3,6 \cdot R_2 \cdot \theta_2 \text{ étant donné que } L_{c2} = L_1 \text{ et } \theta_2 = \theta_1$$

Et connaissant R_2 , nous aurons $p_r = 16 \frac{R_T}{R_2^2} \cdot \frac{1}{\theta_2}$

La déformation relative s'écrit pour sa part :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_1 - R_2}{R_1}$$

Exemple :

Soit la voûte ayant comme caractéristiques :

$$R_1 = 7,65 \text{ cm}$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{8}$$

$$L_1 = 9 \text{ cm}$$

or $L_{c1} = 3,6 \cdot R_1 \cdot \theta_1 = 10,8 \text{ cm}$

donc $L_1 < L_{c1}$

posons :

$$L_1 = L_{c2}$$

d'où :

$$R_2 = \frac{L_{c2}}{3,6 \cdot \theta_1}$$

$$R_2 = 6,36 \text{ cm}$$

et par conséquent : $p_r = 16 \frac{R_T}{6,36^2} \cdot \frac{8}{\pi}$

$$p_r = 1,05 R_T$$

et $\frac{\Delta R}{R} = 21 \%$

CHAPITRE VI

Conclusions

VI.- CONCLUSIONS

L'étude des voûtes en terre armée appuyée sur l'expérimentation en modèles réduits bidimensionnels a permis d'explicitier le comportement d'une voûte en fonction de ses caractéristiques d'une part (profondeur, longueur des armatures, rayon, angle etc...) et d'autre part des phénomènes résultant directement du principe général de la terre armée, à savoir :

- l'adhérence terre-armature,
- la rupture des armatures,

Nous avons ainsi pu mettre en évidence :

- le comportement différent des voûtes profondes et non profondes,
- l'influence du rayon de la voûte et de l'angle des voussoirs,
- la notion de "longueur critique",
- l'autostabilité des voûtes en terre armée en liaison avec leur déformabilité,
- la distribution des contraintes radiales et tangentielles à l'intérieur des voussoirs formant la voûte en terre armée.

Seul le problème des contraintes dans les armatures n'a pas pu être abordé dans cette étude en raison des faibles dimensions du modèle et notamment de la très faible épaisseur des armatures (quelques centièmes de millimètre) qui nous a interdit la pose de tout appareil de mesure (capteurs de contraintes ou jauges de déformations) sur ces armatures. Nous pensons que ce problème pourrait être utilement étudié lors d'essais sur des modèles ou ouvrages en vraie grandeur afin de vérifier les hypothèses admises dans la théorie et de connaître l'intensité de la traction le long des armatures.

La "longueur critique" définie expérimentalement dans cette étude est à rapprocher de la notion théorique de "longueur d'adhérence" intervenant dans tous les calculs de stabilité interne des ouvrages en terre armée. Elle est directement liée au phénomène d'autostabilité des voûtes en terre armée. Lorsque la longueur L_0 des armatures est inférieure à la longueur critique L_c (R_0) la voûte se déforme et son rayon diminue jusqu'à atteindre la valeur R_1 telle que $L_0 = L_c(R_1)$ pour laquelle les déformations se stabilisent. La longueur initiale L_0 doit cependant être supérieure à une "longueur limite d'adhérence" pour qu'il n'y ait pas rupture immédiate et que le phénomène d'autostabilité puisse se développer. Cette longueur a été définie expérimentalement comme la longueur d'armature en deçà de laquelle la voûte s'effondre dès l'enlèvement du gabarit sans qu'il y ait pour autant rupture des armatures.

Dans le cas des voûtes en terre armée, le phénomène de l'adhérence est beaucoup plus simple à étudier que dans le cas des murs en terre armée, dans la mesure où l'on peut supposer que la pression radiale qui s'exerce sur la voûte est uniforme. Les résultats ont montré que la traction le long d'une armature n'est pas maximum près de la peau mais environ au milieu de l'armature. L'introduction, dans l'étude théorique, du coefficient de non uniformité a résulte d'ailleurs de ce fait. La position du maximum vers le milieu de l'armature est caractérisée par le coefficient a .

La rupture de la voûte par cassure des armatures a été définie comme la rupture normale des voûtes en terre armée. En effet, elle intervient dans le cas des voûtes stabilisées, c'est-à-dire les voûtes ayant des armatures dont la longueur est supérieure ou égale à la longueur critique.

Une méthode de dimensionnement doit comporter nécessairement deux stades de calculs :

1°) La Détermination de la longueur critique des armatures connaissant le rayon et l'angle du voussoir de la voûte et les caractéristiques mécaniques de la terre et des armatures.

2°) . Le calcul de la charge admise connaissant la résistance à la traction des armatures ou le calcul de la résistance des armatures connaissant la charge effective. La longueur des armatures prise en compte étant celle du paragraphe 1. Cette méthode de dimensionnement sera explicitée dans notre prochain rapport sur les demi-voûtes lorsque l'ensemble de nos calculs sera dépouillé. Il reste néanmoins que c'est une méthode simplifiée car nous avons admis certaines hypothèses simplificatrices:

- . l'uniformité de la pression autour de la voûte (vérifiée pour les voûtes profondes)
- . poids propre des voussoirs simplifié (justifiée pour les voûtes profondes)
- . la terre en état de butée à l'intérieur des voussoirs $K = K_p$
- . l'uniformité du coefficient a
- . le frottement terre armature entièrement mobilisé tout le long des voussoirs.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] VIDAL, La terre armée (1963).
- [2] VIDAL, La terre armée, *Ann. ITBTP* (juil.-août 1966).
- [3] VIDAL, La terre armée, réalisations récentes, *Ann. ITBTP* (juil.-août 1969).
- [4] SCHLOSSER, Mur expérimental en terre armée d'Incarville, *Bull. liaison labo. routiers P. et Ch.*, **33** (août-sept. 1968).
- [5] SCHLOSSER, VIDAL, La terre armée, *Bull. liaison labo. routiers P. et Ch.*, **41** (nov. 1969).
- [6] SCHLOSSER, NGUYEN THANH LONG, *Comportement de la terre armée dans les ouvrages de soutènement*, Congrès européen de mécanique des sols (Madrid 1972).
- [7] NGUYEN THANH LONG, GUEGAN, LEGEAY, *Etude de la terre armée à l'appareil triaxial*, Rapport de recherche LPC **17** (juil. 1972).
- [8] GUEGAN, LEGEAY, *Etude en laboratoire de la terre armée en modèles réduits bidimensionnels*, Rapport interne LCPC (janv. 1969).
- [9] SCHNEEBELI, Une analogie mécanique pour l'étude de la stabilité des ouvrages en terre à deux dimensions.
- [10] MANDEL, Essais sur modèles réduits en mécanique des terrains. Etude des conditions de similitude, *Rev. de l'industr. minér.*, **44**, n° 9 (sept. 1962).
- [11] MANDEL, Les calculs en matière de pressions des terrains, *Rev. de l'industr. minér.* (janv.-avril 1959).
- [12] SZECHY, *The art of tunnelling*, Akad. Kiadó, Budapest (1966) - Edition française Dunod (1971) Paris.
- [14] KASTNER, *Statik des tunnels*, Springer (1962).
- [15] GOGUEL, Répartition des contraintes autour d'un tunnel cylindrique, *Ann. P. et Ch.* (mars-avril 1947).
- [16] CAQUOT, KÉRISEL, *Traité de mécanique des sols*, Gauthier-Villars 3e édition (1956) Paris.
- [17] COSTET, SANGLERAT, *Cours pratique de mécanique des sols*, Dunod (1969) Paris.
- [18] LEONARDS, SPANGLER, *Les fondations, conduites et canalisations*, Dunod (1968) Paris.
- [19] WIANECKI, Calcul des souterrains de forme circulaire, *Ann. ITBTP* (janv. 1965).
- [20] COTE, FICHEUR, PANET, Calcul de la distribution des contraintes dans un solide par la méthode des éléments finis. Application à un tunnel semi-circulaire creusé à faible profondeur, *Ann. P. et Ch.* (juil.-août 1968).
- [21] LUONG MINH PHONG, *Stabilité des tuyaux souples enterrés*, Thèse doct. ès Sci. Appl. (1964) Paris.
- [22] COMOLET, *Introduction à l'analyse dimensionnelle et aux problèmes de similitude en mécanique des fluides*, Masson (1957) Paris.
- [23] SAINT-GUILHEM, *Les principes généraux de la similitude physique*, Eyrolles (1971) Paris.
- [24] WEBER, *Les applications de la similitude physique aux problèmes de la mécanique des sols*, Eyrolles (1971) Paris.
- [25] HUECKEL, Recherches dans le domaine de la mécanique des sols sur modèles réduits, Acad. Pol. des Sciences.
- [26] GUERRIN, *Traité de béton armé*, **11**, Dunod (1969) Paris.
- [27] LÉVY, Mémoire sur un nouveau cas intégrable du problème de l'élastique, *J. math. pure et appl.* (1884).
- [28] TIMOSHENKO, *Théorie de la stabilité élastique*, Dunod (1966) Paris.
- [29] TALOBRE, *La mécanique des roches*, Dunod (1967) Paris.
- [30] FAIRTHORNE, The stressing of thin rings, *Aircraft engn.* (juin 1939).
- [31] DUTRUEL, *Calcul des sollicitations extérieures agissant sur les conduites enterrées*, CERIB - Monographie n° 3 (juil. 1970).
- [32] HOYAUX, LADANYI, A study of a trap door in a granular mass, *Rev. Canad. géotechn.*, **VI** (1969).
- [33] LOMBARDI, The influence of rock characteristics on the stability of rock cavities, *Tunnels and Tunnelling* (mars 1970).
- [34] SANDERS, Nonlinear theories for thin shells, *Quart. app. math.*, **21**, (1963).

- [35] ALLGOOD, CIANI, The influence of soil modulus on the behaviour of cylinders in sand, *Highw. res. rec.* **249** p. 1 à 13
- [36] SONNTAG, Remarques sur la flexion subie et sur le bosalage des revêtements de tunnel à parois minces en milieu déformable, *Die Bautechnik* (sept. 1967).
- [39] ANGLES D'AURIAC, Représentation graphique des états de contrainte ou de déformation, *Bull. soc. franç. de méc.*, **21** (1956).
- [40] BIEZENO, KOCH, The generalized buckling problem of the circular ring, *J. of appl. mec.* (1945).
- [41] BORESI, A refinement of the theory of buckling of rings under uniform pressure, *J. of appl. mec.* (1955).
- [37] HORVATH, *A new approach to the determination of stresses in the earth's crust and strator pressure on tunnel linings*, Mining research institute, Budapest Hongrie.
- [38] ANGLES D'AURIAC, Flexion et flambage des arcs minces, *La houille blanche* (mai-juin 1947).
- [42] CHELAPATI, *Critical pressures for radially supported cylinders*, U.S. naval civil engin. lab.
- [43] COLIN B. BROWN, Forces on rigid culverts under high fills, *J. of the structural div. proc. of the am. soc. of civil eng.* (oct. 1967).
- [44] SMITH Jr SIMITSES, Effect of shear and load behaviour on ring stability, *J. of th. eng. mech. div. proc. cf the am. soc. of civil eng.* (juin 1969).
- [45] STEVENS, The stability of a compressed elastic ring and of a flexible heavy structure spread by a system of elastic rings, *Quart. j. of mec. and app. math.*, **V** (juin 1952).
- [46] LEGRAND, Cours de mécanique des sols à l'ENPC.
- [47] AMAR, BUSTAMANTE, *Viaduc de Montreuil-sur-Mer. Accès en terre armée*, Rapport interne LCPC (1971).
- [48] GARCIA ITURBE, Terre armée - SUMSIF - Bol. **35** (Vénézuéla).
- [49] PILOT, Cours de mécanique des sols appliquée aux ouvrages d'art, Ecole des TPE.

A N N E X E

ANNEXE

Essais Ko

Détermination des contraintes et directions principales.

Tableaux de mesures de Ko aux différents points. Les emplacements des rosettes de capteurs (points de mesures) sont définis de la manière suivante :

$P_{ab\ G}$ ou $P_{ab\ D}$

où P représente le point

a exprimé en cm est la hauteur du point par rapport à la base du bâti

b en cm est la distance séparant le point du montant le plus proche.

G ou D indique le montant à considérer gauche ou droit.

Exemple : le point $P_{15\ G\ 15}$ se situe à 15 cm au-dessus de la base et à 15 cm du montant gauche du bâti.

La détermination des directions principales montre que certaines rosettes sont influencées par l'effet de paroi, il convient donc de ne pas tenir compte des valeurs de "Ko" tirées de ces rosettes.

Nous avons aussi éliminé les "Ko" issus de rosettes admettant des directions principales éloignées de plus de quelques degrés (marge d'erreur admise) de la verticale et de l'horizontale.

REMARQUE :

Seules les valeurs soulignées ont été considérées dans le calcul de la moyenne. Les valeurs non soulignées correspondent aux cas où les directions principales faisaient un angle important (supérieur à 10°) avec la verticale et l'horizontale.

TABLEAU DES VALEURS DE K_0 P_{15G15}

	$h\gamma$	$h\gamma + 300g$	$h\gamma + 400g$	$h\gamma + 1200g$	$h\gamma + 1500g$	$h\gamma + 1800g$	$h\gamma + 2500g$	$h\gamma + 3200g$
Essai N° 3	<u>0,77</u>	<u>0,66</u>	—	<u>0,58</u>	—	—	—	—
Essai N° 4	<u>0,67</u>	0,5	0,48	0,35	0,35	—	0,34	0,30
Essai N° 5	<u>0,45</u>	<u>0,48</u>	—	—	—	—	—	—
Essai N° 7	—	<u>0,54</u>	<u>0,50</u>	0,50	—	<u>0,51</u>	0,48	
Essai N° 8	—	<u>0,67</u>	<u>0,63</u>	<u>0,69</u>	—	<u>0,58</u>	<u>0,56</u>	
Moyenne	0,63	0,56	0,57	0,69	—	0,55	0,56	—

TABLEAU DES VALEURS DE K_0 $P_{15 D15}$

	$h\gamma$	$h\gamma + 300g$	$h\gamma + 400g$	$h\gamma + 1200g$	$h\gamma + 1500g$	$h\gamma + 1800g$	$h\gamma + 2500g$	$h\gamma + 3200g$
Essai N° 3	<u>0,73</u>	<u>0,66</u>	<u>0,67</u>	<u>0,68</u>	—	—	—	—
Essai N° 4	0,79	0,77	0,65	—	0,66		0,44	0,45
Essai N° 5	0,81	0,77	—	—	—	—	—	—
Essai N° 7	—	0,73	0,67	0,64	—	0,70	0,54	—
Essai N° 8	—	<u>0,75</u>	<u>0,74</u>	<u>0,71</u>	—	<u>0,68</u>	0,62	—
Moyenne	0,73	0,70	0,70	0,69	—	0,68	—	—

TABLEAU DES VALEURS DE K_0 P_{30G15}

	$n\gamma$	$h\gamma+300 \text{ g}$	$h\gamma+400 \text{ g}$	$h\gamma+1200 \text{ g}$	$h\gamma+1500\text{g}$	$h\gamma+1800\text{g}$	$h\gamma+2500 \text{ g}$	$h\gamma+3200\text{g}$
Essai N° 3	0,60	0,60	—	<u>0,54</u>	—	—	—	—
N° 4	<u>0,68</u>	<u>0,68</u>	<u>0,70</u>	<u>0,70</u>	<u>0,71</u>	—	0,48	<u>0,72</u>
N° 5	<u>0,41</u>	<u>0,40</u>	—	—	—	—	—	—
N° 7	—	<u>0,58</u>	<u>0,56</u>	<u>0,66</u>	—	<u>0,60</u>	0,49	—
N° 8	—	<u>0,56</u>	<u>0,61</u>	<u>0,57</u>	—	0,48	<u>0,60</u>	—
Moyenne	0,55	0,56	0,62	0,62	0,71	0,60	0,60	0,72

 P_{30D15}

	$h\gamma$	$h\gamma+300 \text{ g}$	$h\gamma+400 \text{ g}$	$h\gamma+1200\text{g}$	$h\gamma+1500\text{g}$	$h\gamma+1800 \text{ g}$	$h\gamma+2500\text{g}$	$h\gamma+3200\text{g}$
Essai N° 3	0,92	1		0,94	—	—	0,88	—
N° 5	0,86	0,73	—	—	—	—	—	—
N° 7	—	<u>0,55</u>	<u>0,48</u>	<u>0,50</u>	—	<u>0,57</u>	<u>0,54</u>	—
N° 8	—	<u>0,75</u>	<u>0,74</u>	<u>0,61</u>	—	<u>0,63</u>	<u>0,63</u>	—
Moyenne	—	0,65	0,61	0,56	—	0,60	0,59	—

TABLEAU DES VALEURS DE K_0 P_{30}^{GD40}

	$h\gamma$	$h\gamma + 300$	$h\gamma + 400$	$h\gamma + 1200$	$h\gamma + 1500$	$h\gamma + 1800$	$h\gamma + 2500$	$h\gamma + 3200$
Essai N° 4	<u>0,47</u>	<u>0,50</u>	<u>0,53</u>	<u>0,54</u>	<u>0,54</u>	<u>0,54</u>	—	—

 P_{45G15}

	$h\gamma$	$h\gamma + 300$	$h\gamma + 400$	$h\gamma + 1200$	$h\gamma + 1500$	$h\gamma + 1800$	$h\gamma + 2500$	$h\gamma + 3200$
Essai N° 3	0,73	0,80	—	<u>0,66</u>	—	—	0,49	—
N° 4	0,87	<u>0,87</u>	<u>0,68</u>	<u>0,70</u>	<u>0,70</u>	<u>0,65</u>	—	—
N° 5	<u>0,54</u>	<u>0,52</u>	—	—	—	—	—	—
Moyenne	0,54	0,70	0,68	0,68	0,70	0,65	—	—

TABLEAU DES VALEURS DE K_0 P_{45G15}

	$h\gamma$	$h\gamma + 300$	$h\gamma + 400$	$h\gamma + 1200$	$h\gamma + 1500$	$h\gamma + 1800$	$h\gamma + 2500$	$h\gamma + 3200$
Essai N° 4	—	<u>0,67</u>	<u>0,65</u>	—	<u>0,71</u>	—	<u>0,60</u>	<u>0,60</u>
N° 5	<u>0,60</u>	<u>0,69</u>	—	—	—	—	—	—
N° 7	—	0,83	0,79	0,89	—	0,91	1	—
Moyenne	0,60	0,68	0,65	—	0,71	—	0,60	0,60

TABLEAU DES VALEURS DE K_0 P_{45GD40}

	$h \gamma$	$h\gamma + 300$	$h\gamma + 400$	$h\gamma + 1200$	$h\gamma + 1500$	$h\gamma + 1800$	$h\gamma + 2500$	$h\gamma + 3200$
Essai N° 4	—	<u>0,67</u>	<u>0,65</u>	—	<u>0,71</u>	—	<u>0,60</u>	<u>0,60</u>
N° 5	<u>0,60</u>	<u>0,69</u>	—	—	—	—	—	—
N° 7	—	0,83	0,79	0,89	—	0,91	1	—
Moyenne	0,60	0,68	0,65	—	0,71	—	0,60	0,60

 P_{60G15}

	$h \gamma$	$h \gamma + 300$	$h \gamma + 400$	$h \gamma + 1200$	$h \gamma + 1500$	$h \gamma + 1800$	$h \gamma + 2500$	$h \gamma + 3200$
Essai N° 3	<u>0,55</u>	0,66	—	<u>0,51</u>	—	—	0,41	—
N° 4	<u>0,68</u>	<u>0,63</u>	<u>0,55</u>	—	<u>0,59</u>	—	<u>0,57</u>	—
N° 7	—	<u>0,67</u>	<u>0,64</u>	<u>0,54</u>	—	<u>0,61</u>	<u>0,68</u>	—
N° 8	—	<u>0,62</u>	<u>0,63</u>	<u>0,65</u>	—	0,63	0,52	—
Moyenne	0,62	0,64	0,61	0,57	0,59	0,61	0,63	—

 P_{15G40} ou P_{15D40}

	$h \gamma$	$h \gamma + 300g$	$h \gamma + 400g$	$h \gamma + 1200$	$h \gamma + 1500$	$h \gamma + 1800$	$h \gamma + 2500$	$h \gamma + 3200$
Essai N° 4	<u>0,50</u>	<u>0,54</u>	0,50	0,31	0,3	0,3	0,45	0,47
Essai N° 5	<u>0,95</u>	<u>0,88</u>	—	—	—	—	—	—
Moyenne	0,72	0,71	0,50	—	—	—	—	—

TABLEAU DES VALEURS DE Ko

 P_{60D15}

	$h\gamma$	$h\gamma + 300$	$h\gamma + 400$	$h\gamma+1200$	$h\gamma+1500$	$h\gamma+1800$	$h\gamma+2500$	$h\gamma+3200$
Essai N° 3	<u>0,56</u>	<u>0,52</u>	—	—	—	—	—	—
N° 4	<u>0,77</u>	<u>0,71</u>	—	<u>0,58</u>	<u>0,51</u>	<u>0,59</u>	<u>0,58</u>	<u>0,55</u>
N° 5	0,53	0,66	—	—	—	—	—	—
N° 7	—	<u>0,55</u>	<u>0,59</u>	<u>0,61</u>	—	<u>0,63</u>	0,61	—
N° 8	—	0,69	0,81	0,65	—	<u>0,67</u>	0,58	—
Moyenne	0,67	0,59	0,59	0,60	0,51	0,63	0,58	0,55

 P_{60GD40}

	$h\gamma$	$h\gamma + 300$	$h\gamma + 400$	$h\gamma+1200$	$h\gamma+1500$	$h\gamma+1800$	$h\gamma + 2500$	$h\gamma+3200$
Essai N° 3	0,83	0,93	—	0,74	—	—	—	—
N° 4	<u>0,56</u>	<u>0,54</u>	—	—	—	—	—	—
N° 5	<u>0,58</u>	<u>0,57</u>	—	—	—	—	—	—
N° 7	—	<u>0,80</u>	<u>0,92</u>	<u>0,82</u>	—	<u>0,82</u>	<u>0,88</u>	—
N° 8	—	<u>0,60</u>	<u>0,69</u>	<u>0,78</u>	—	<u>0,78</u>	<u>0,75</u>	—
Moyenne	0,66	0,62	0,8	0,8	—	0,8	0,83	—

HISTOGRAMME DES VALEURS DE Ko MESUREES

Ko	Fréquences
Inférieur 0,50	11
de 0,51 à 0,60	45
de 0,61 à 0,70	39
de 0,71 à 0,80	16
0,81 et plus	8
total	119

Nous avons calculé la moyenne de l'ensemble et la moyenne des moyennes données dans les tableaux précédents.

Nous avons obtenu :

$$m_{\text{tot}} = 0,637$$

$$\sigma_{\text{tot}} = 0,088$$

$$\rightarrow \frac{\sigma}{m} = 0,15$$

$$m_{\text{moy}} = 0,627$$

$$\sigma_{\text{moy}} = 0,077$$

$$\rightarrow \frac{\sigma}{m} = 0,12$$

Nous avons retenu la valeur $m = 0,64 = K_o$

Académie de Paris

UNIVERSITE de PARIS VI

II, Quai Saint Bernard - Paris 5

SERVICE DE LA SCOLARITE

Bureau des Enseignements du 3e Cycle

tél. 336.25.25 et 325.12.21

PERMIS D'IMPRIMER

DOCTORAT : DOCTEUR INGENIEUR
THESE DE : MECANIQUE DES SOLS

NOM : . BEHNIA

Prénoms : . CAMBYSE

né le 30/6 19. 44 à . . . TEHERAN Dép^t : IRAN

1ère THESE : . . Etude des voutes en terre armée

2e THESE (Propositions faites par l'Université) :

Vu et Approuvé

PARIS, le . 2 mars 1972 .

Le Président

de l'Université de PARIS VI

Le Président

de l'Université PARIS VI,

A. HERPIN

Imprimé au LCPC, 58 bd

Imprimé au LCPC, 58 bd Lefebvre - 75732 PARIS CEDEX 15, sous le numéro 502940

